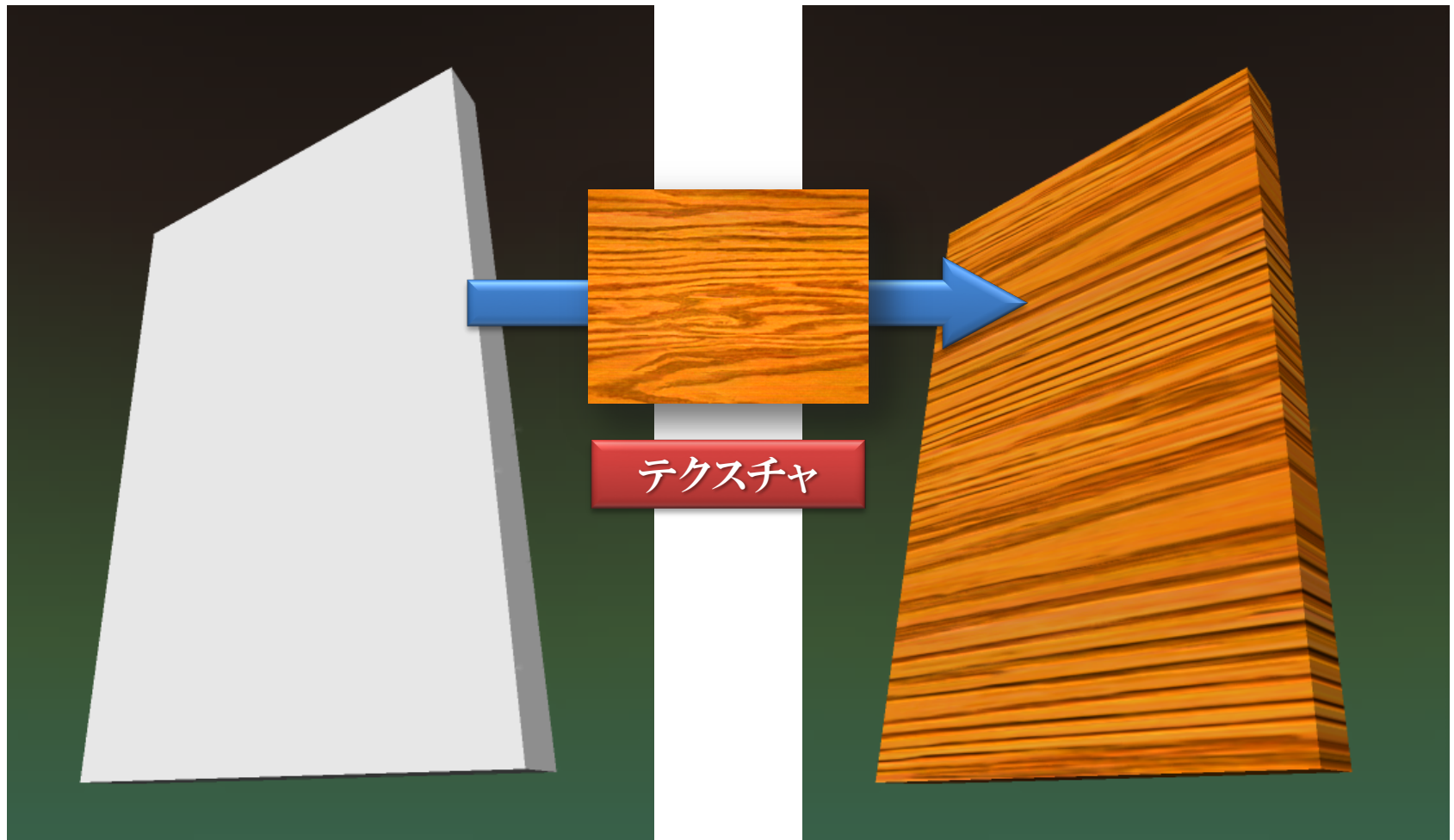


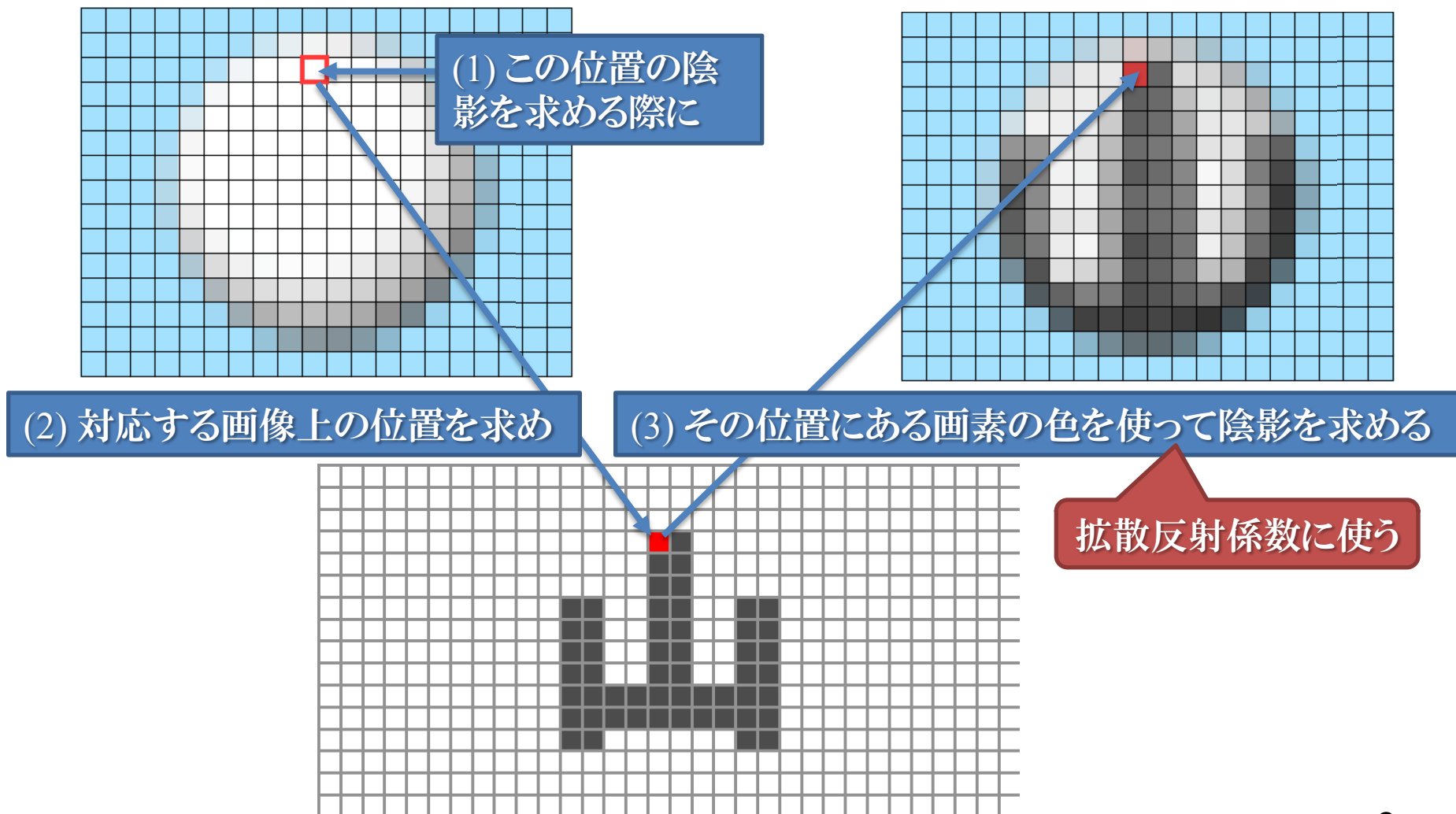
# コンピュータグラフィックス

## 第12回：テクスチャマッピング

# テクスチャマッピング



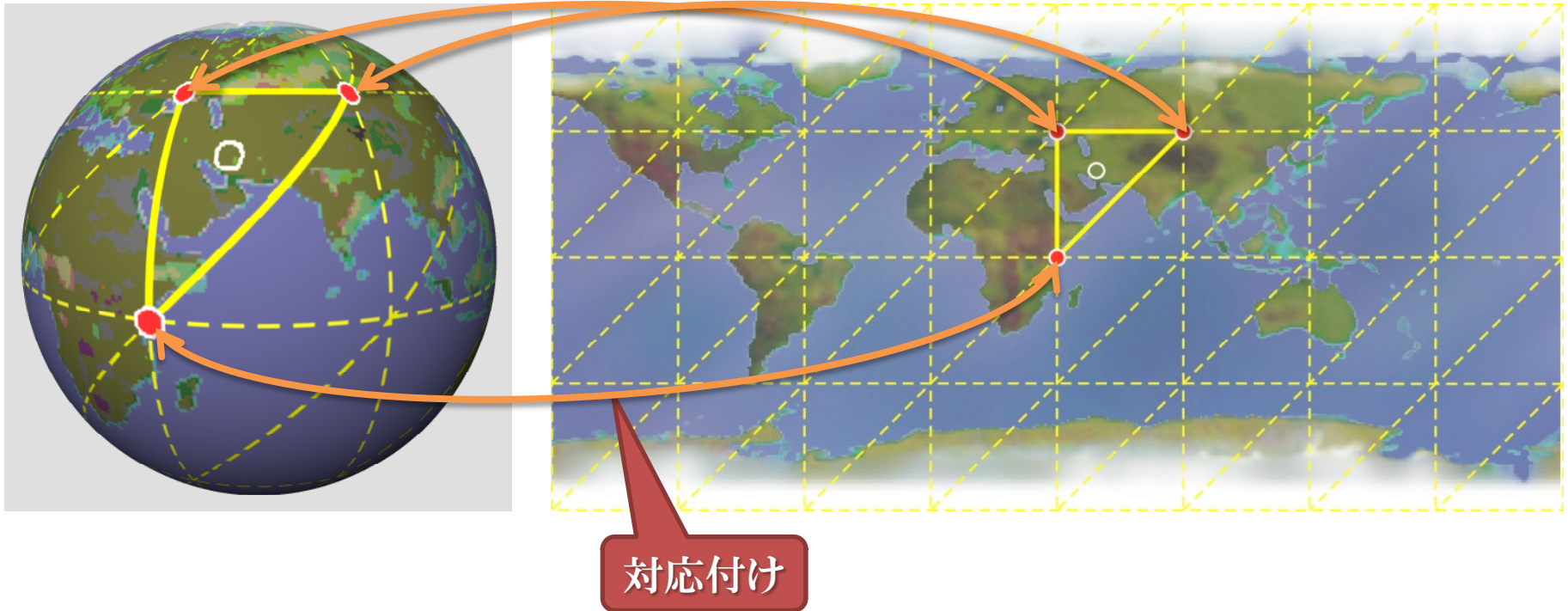
# テクスチャマッピングの手順



# 頂点とテクスチャ座標の対応付け

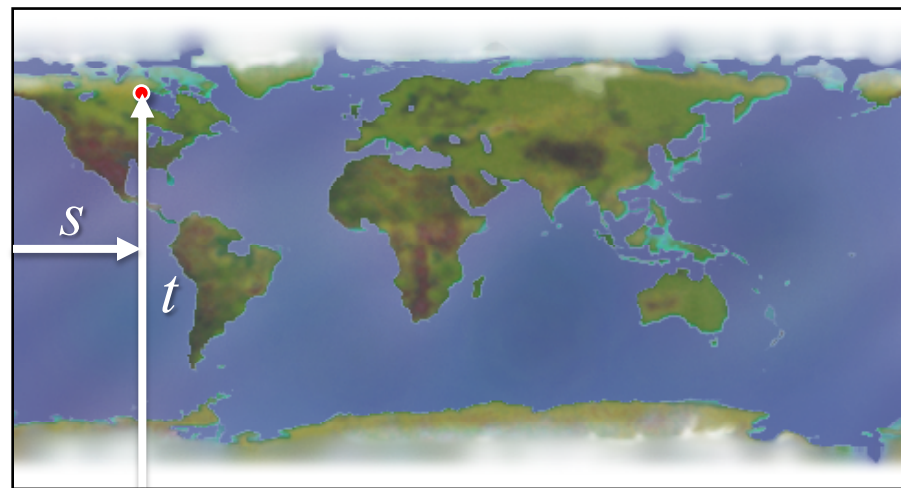
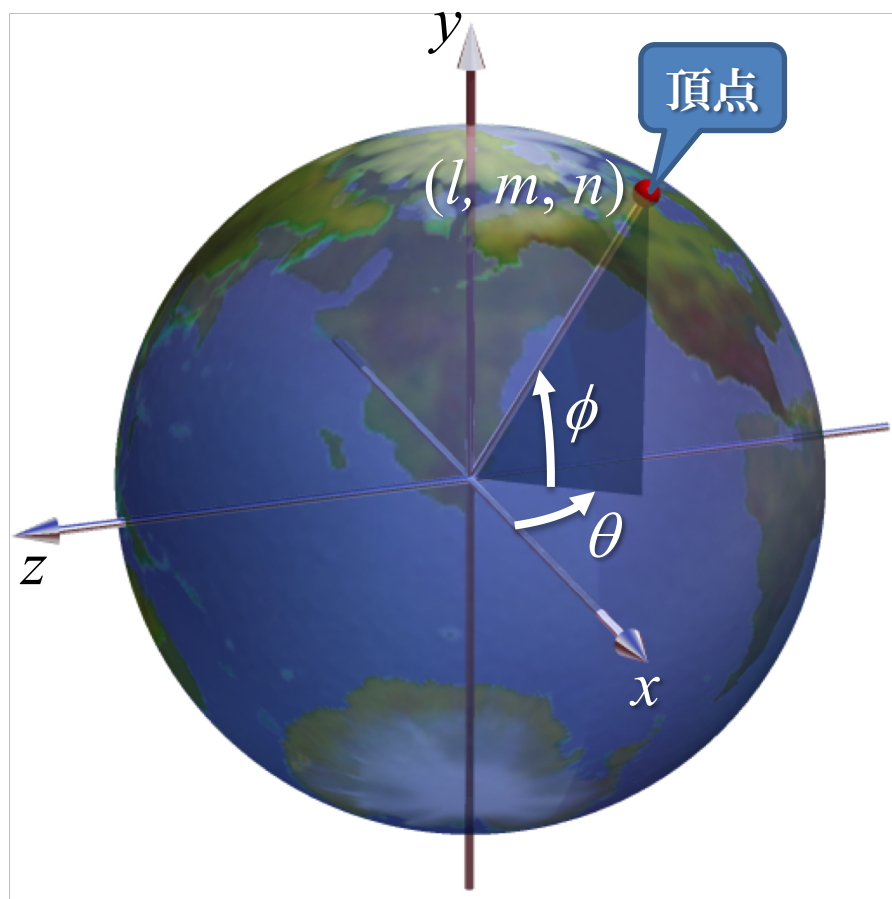
図形の頂点

テクスチャ座標





# 球面マッピング



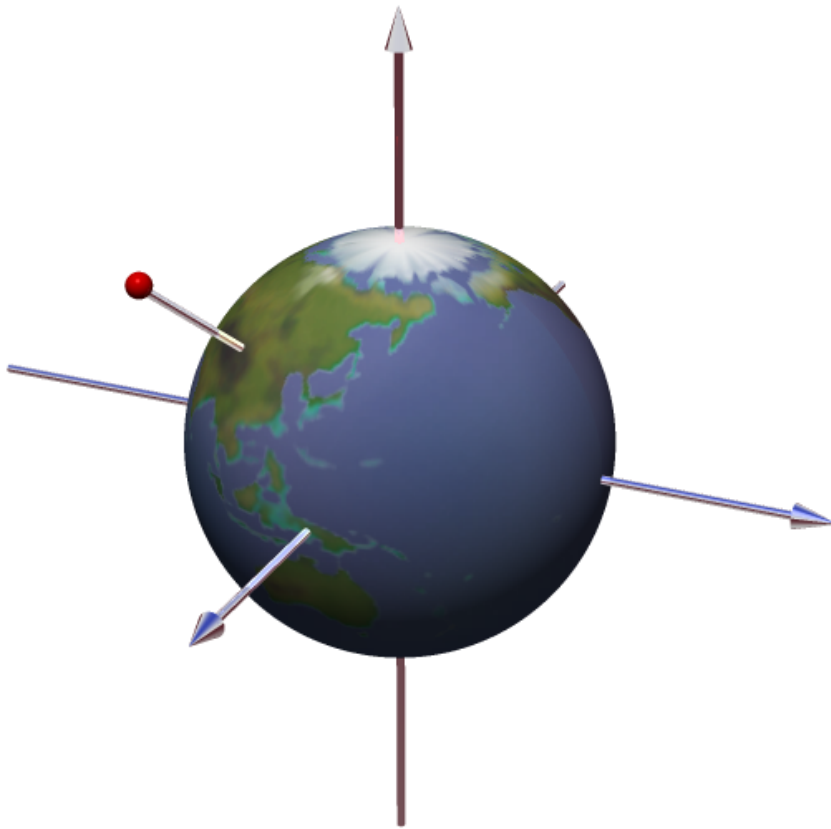
図形の表面上の頂点位置  $(l, m, n)$

$$s = \frac{\theta + \pi}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \tan^{-1} \left( \frac{n}{l} \right) + \frac{1}{2}$$

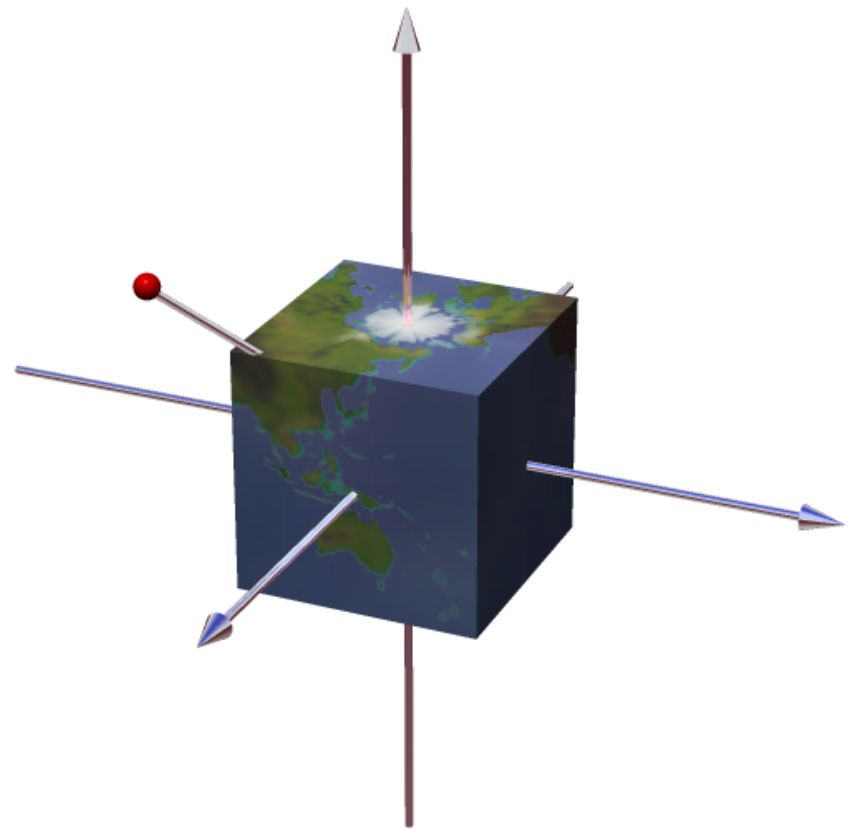
$$t = \frac{\phi + \pi/2}{\pi} = \frac{1}{\pi} \tan^{-1} \left( \frac{m}{\sqrt{l^2 + n^2}} \right) + \frac{1}{2}$$

# 球面マッピングされた物体

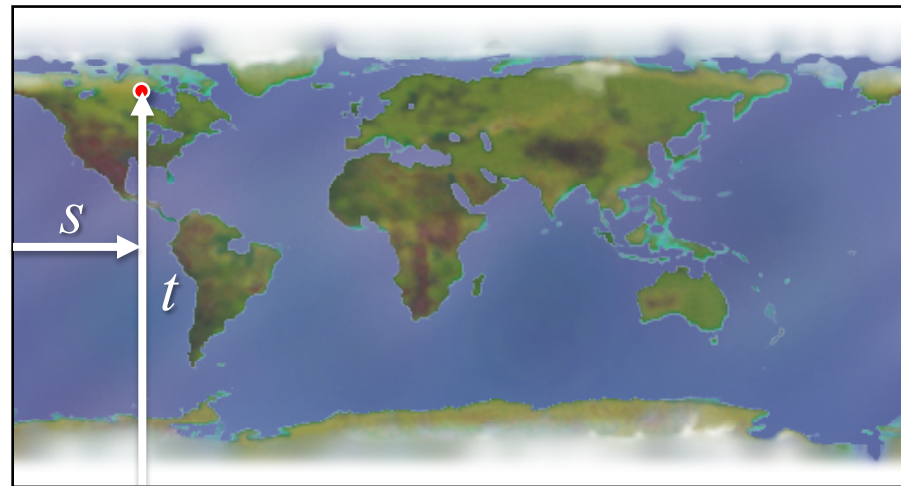
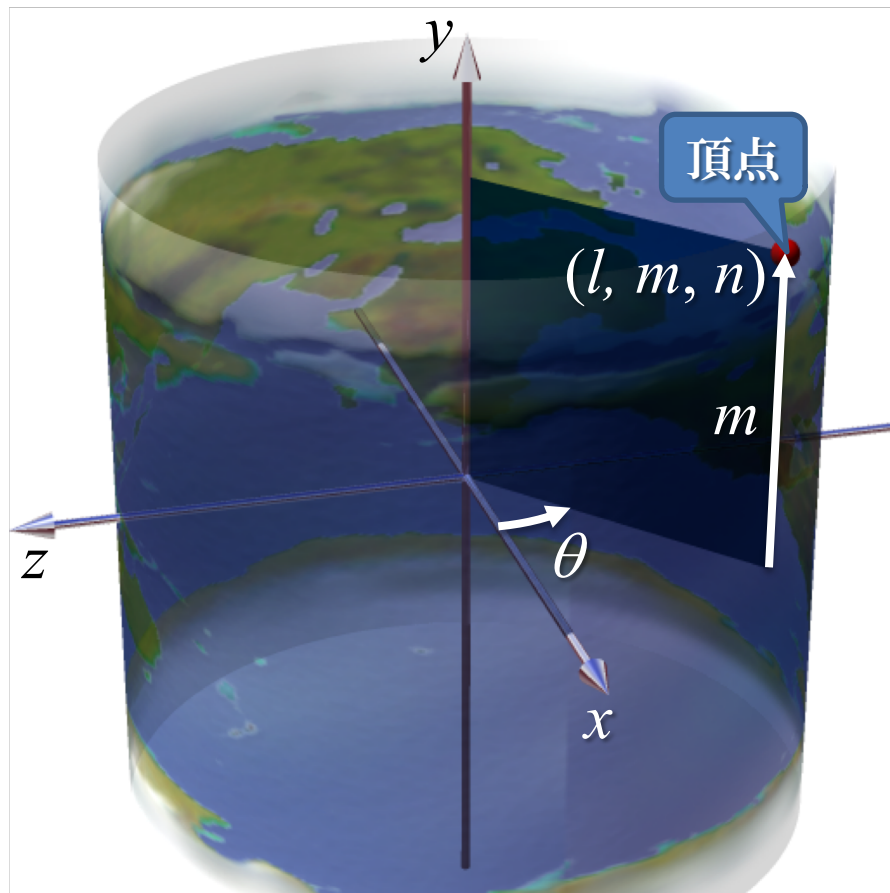
球に球面マッピング



立方体に球面マッピング



# 円柱マッピング



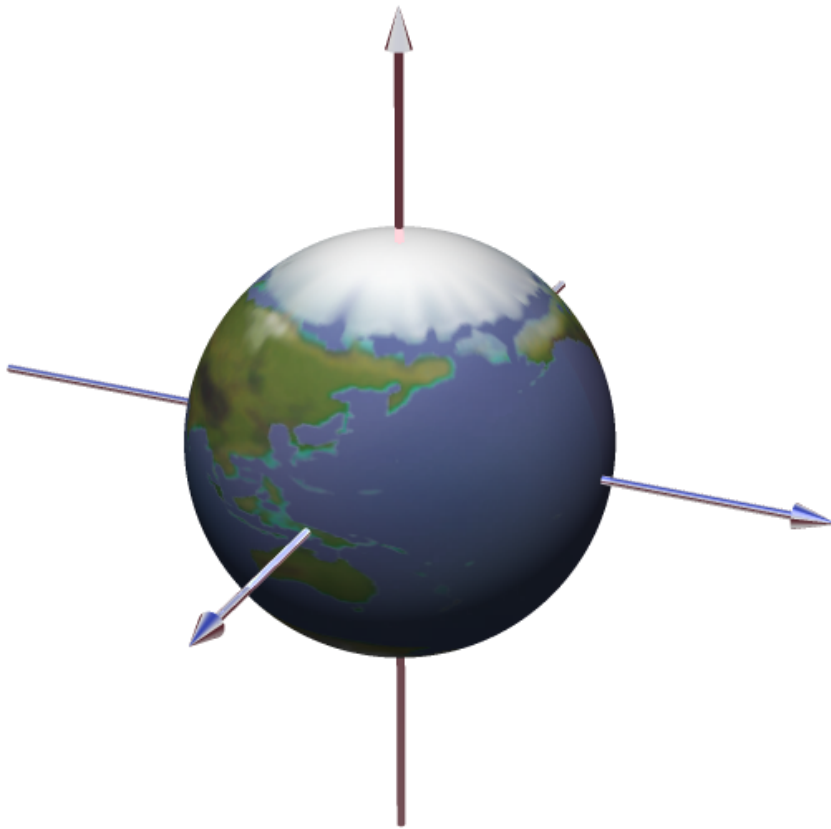
図形の表面上の頂点位置  $(l, m, n)$   
図形の高さ  $h$

$$s = \frac{\theta + \pi}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \tan^{-1} \left( \frac{n}{l} \right) + \frac{1}{2}$$

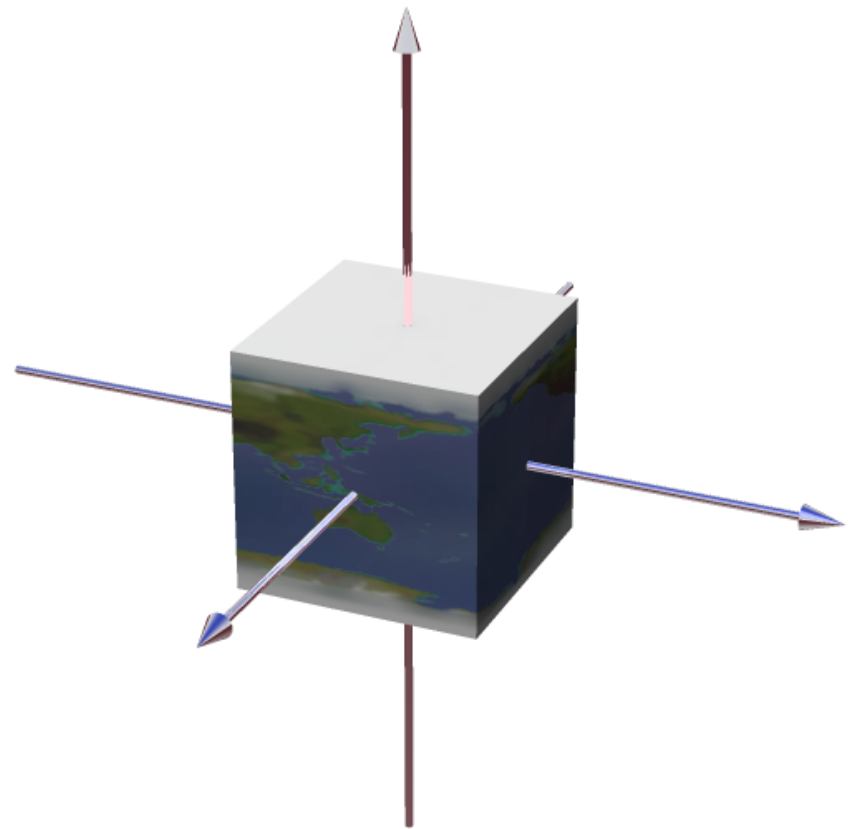
$$t = \frac{m}{h} + \frac{1}{2}$$

# 円柱マッピングされた物体

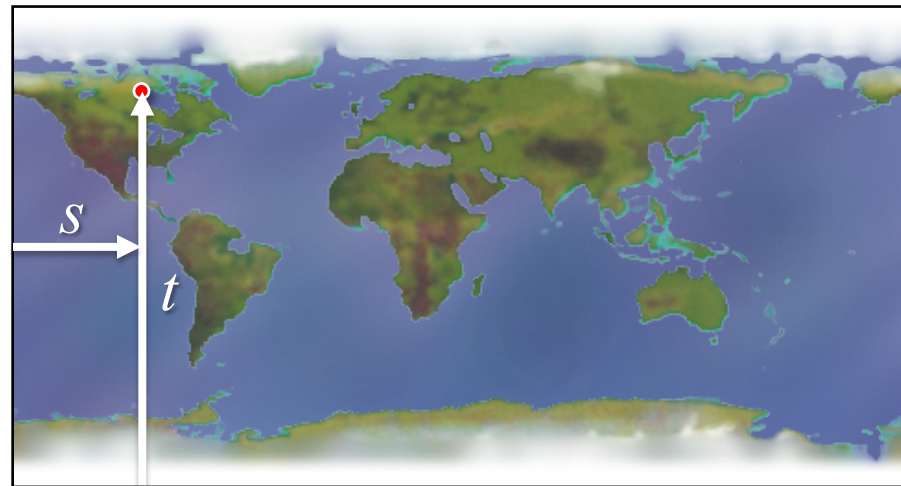
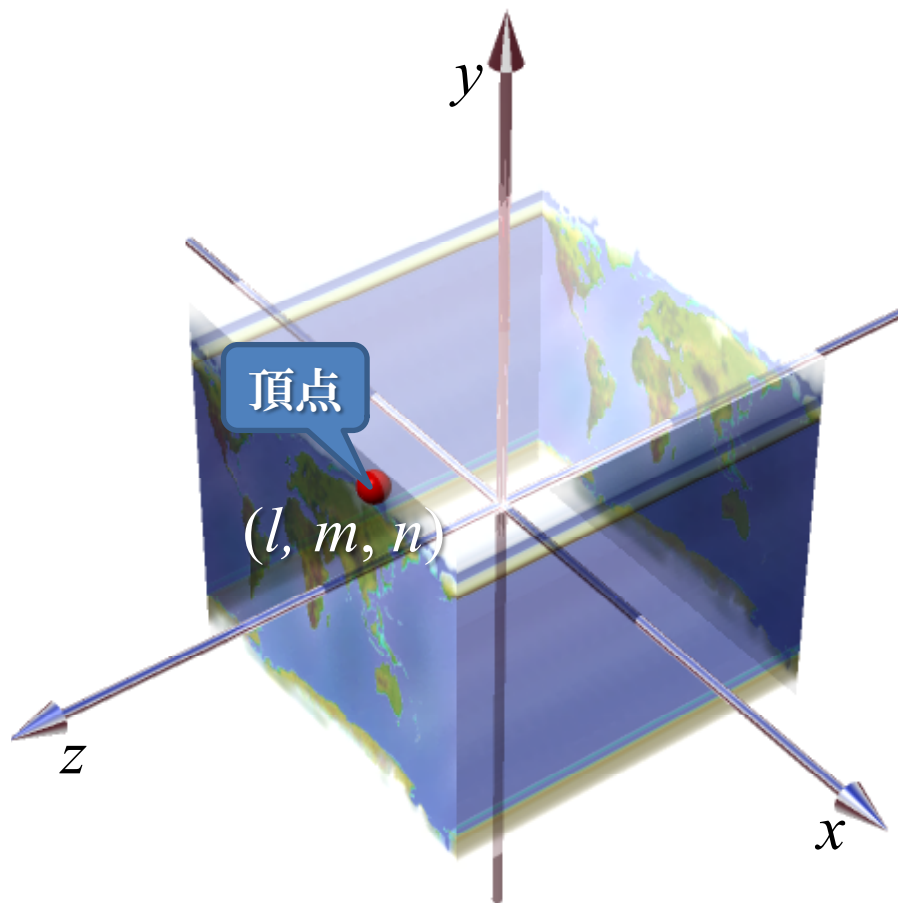
球に円柱マッピング



立方体に円柱マッピング



# 平行マッピング

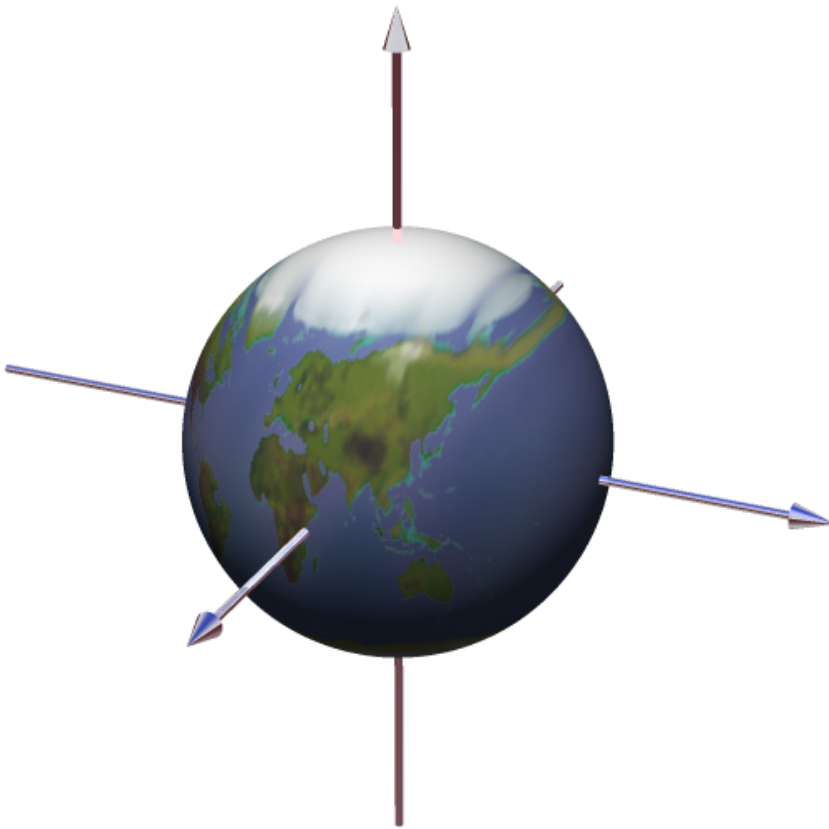


図形の表面上の頂点位置  $(l, m, n)$   
図形の幅  $w$ , 高さ  $h$

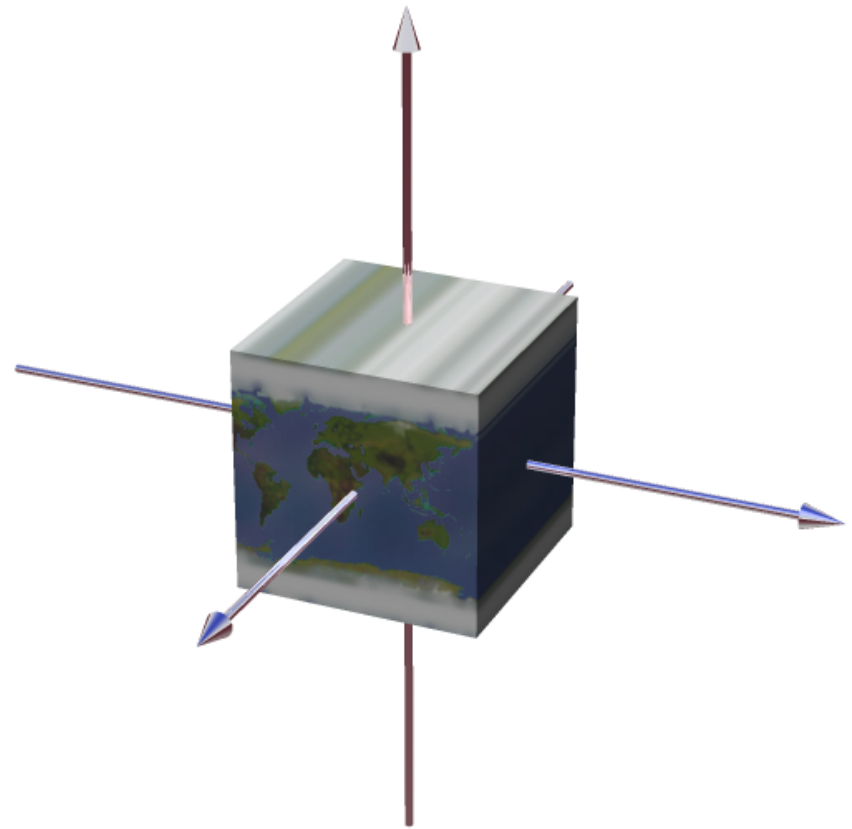
$$s = \frac{l}{w} + \frac{1}{2}$$
$$t = \frac{m}{h} + \frac{1}{2}$$

# 平行マッピングされた物体

球に平行マッピング



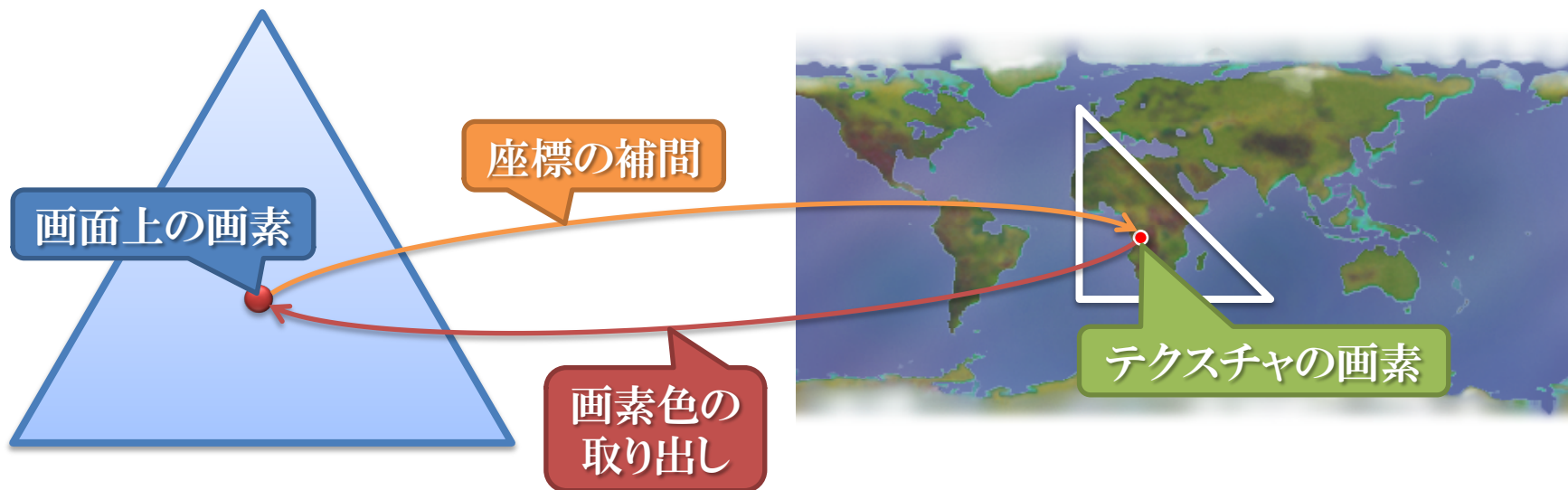
立方体に平行マッピング



# テクスチャ座標の補間

- バイリニア補間
- 斜交座標による補間
- 面積座標による補間

← スムーズシェーディングと同じ



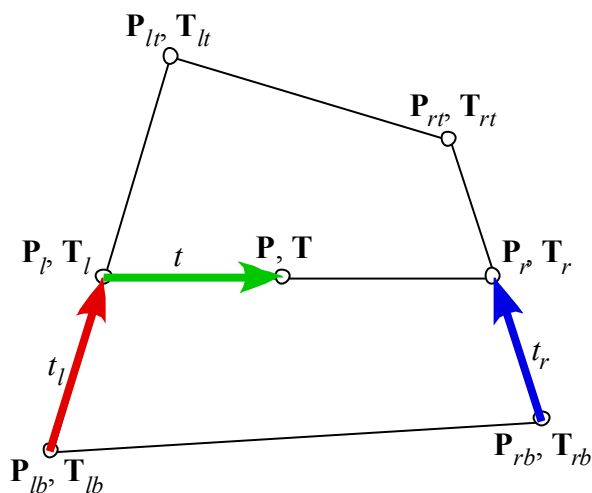


# バイリニア補間

## ●二段階の線形補間を行う

- 頂点のテクスチャ座標を稜線上で線形補間する
- その後、水平線上で線形補間する

## ●この補間は増分計算により行うことができる



$$P_{lt} = (x_{lt}, y_{lt}), P_{rt} = (x_{rt}, y_{rt}), P_{lb} = (x_{lb}, y_{lb}), P_{rb} = (x_{rb}, y_{rb})$$

$$P_l = (x_l, y), P_r = (x_r, y), P = (x, y)$$

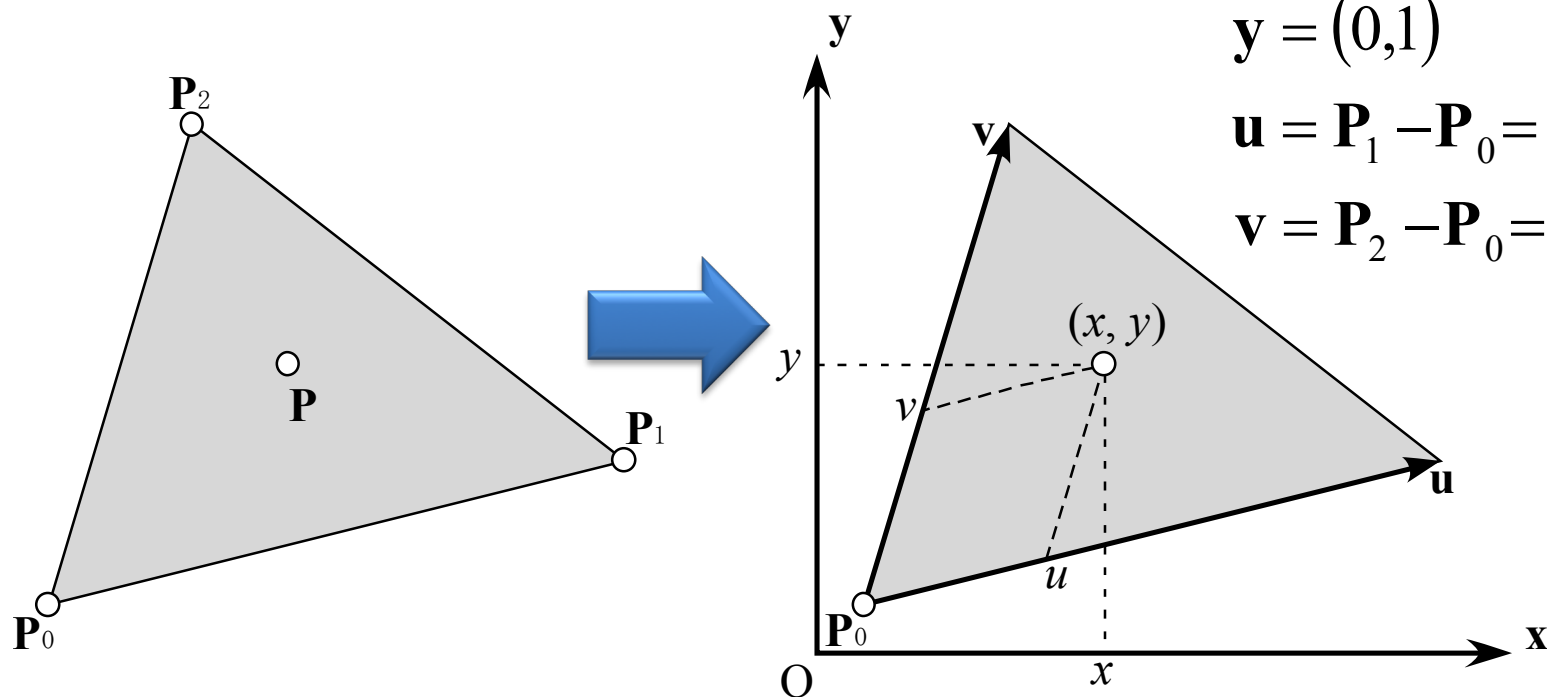
$$t_l = \frac{y - y_{lb}}{y_{lt} - y_{lb}}, T_l = T_{lb}(1 - t_l) + T_{lt}t_l$$

$$t_r = \frac{y - y_{rb}}{y_{rt} - y_{rb}}, T_r = T_{rb}(1 - t_r) + T_{rt}t_r$$

$$t = \frac{x - x_l}{x_r - x_l}, T = T_l(1 - t) + T_r t$$

# 斜交座標系への変換

- $P$  の  $u, v$  を軸とする座標系における位置  $(u, v)$  を求める



$$\mathbf{x} = (1, 0)$$

$$\mathbf{y} = (0, 1)$$

$$\mathbf{u} = \mathbf{P}_1 - \mathbf{P}_0 = (x_u, y_u)$$

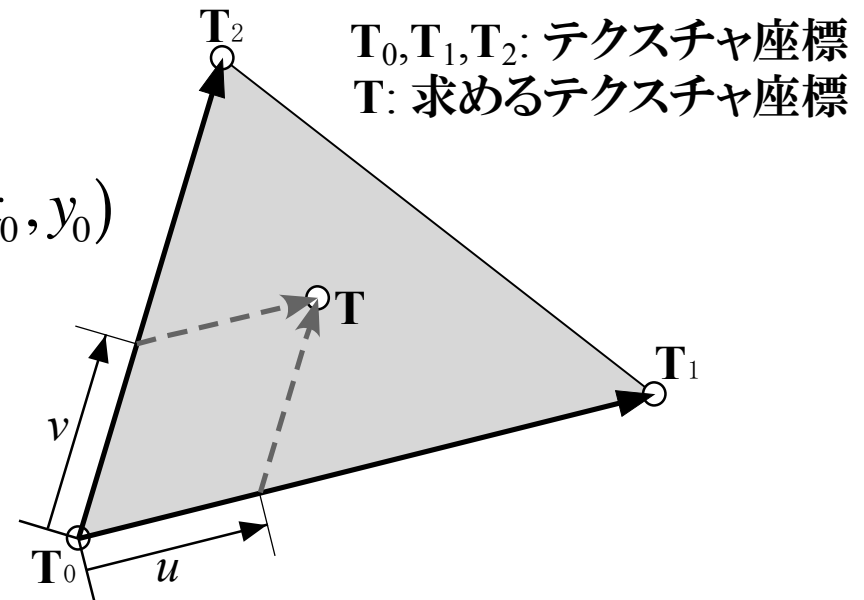
$$\mathbf{v} = \mathbf{P}_2 - \mathbf{P}_0 = (x_v, y_v)$$

# $u, v$ の算出と補間

- $(u, v)$  を使って  $T_0, T_1, T_2$  を補間し,  $T$  を求める

$$\begin{aligned} x\mathbf{x} + y\mathbf{y} + \mathbf{O} &= u\mathbf{u} + v\mathbf{v} + \mathbf{P}_0 \\ &= x(1,0) + y(0,1) \\ &= u(x_u, y_u) + v(x_v, y_v) + (x_0, y_0) \end{aligned}$$

$$\begin{cases} x = ux_u + vx_v + x_0 \\ y = uy_u + vy_v + y_0 \end{cases}$$
$$\begin{cases} u = \frac{(x - x_0)y_v - (y - y_0)x_v}{x_uy_v - x_vy_u} \\ v = \frac{(y - y_0)x_u - (x - x_0)y_u}{x_uy_v - x_vy_u} \end{cases}$$

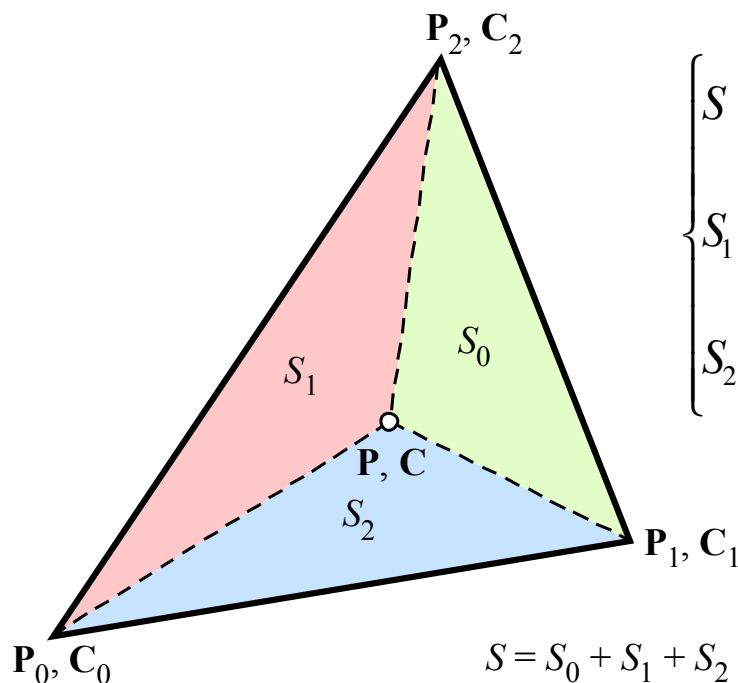


$$\begin{aligned} \mathbf{T} &= (\mathbf{T}_1 - \mathbf{T}_0)u + (\mathbf{T}_2 - \mathbf{T}_0)v + \mathbf{T}_0 \\ &= (1 - u - v)\mathbf{T}_0 + u\mathbf{T}_1 + v\mathbf{T}_2 \end{aligned}$$

# 面積座標による補間

- 三角形を点  $P$  で三つの三角形に分け, それらの面積比により補間する

$$\mathbf{P}_0 = (x_0, y_0), \mathbf{P}_1 = (x_1, y_1), \mathbf{P}_2 = (x_2, y_2), \mathbf{P} = (x, y)$$

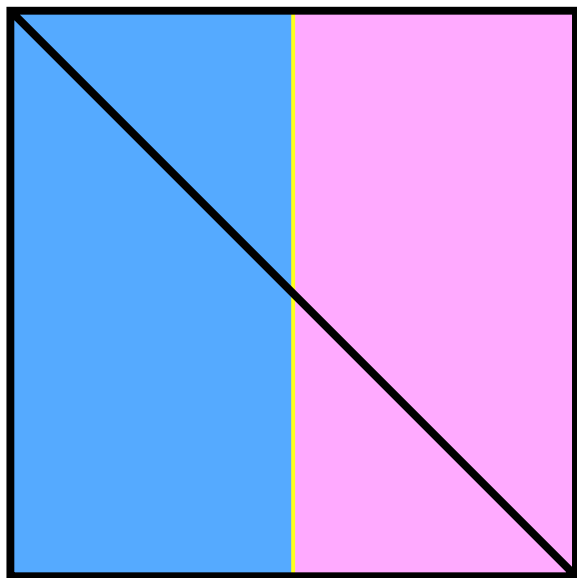


$$\begin{cases} S = \frac{1}{2} \{ (x_1 - x_0)(y_2 - y_0) - (y_1 - y_0)(x_2 - x_0) \} \\ S_1 = \frac{1}{2} \{ (x_2 - x)(y_0 - y) - (y_2 - y)(x_0 - x) \} \\ S_2 = \frac{1}{2} \{ (x_0 - x)(y_1 - y) - (y_0 - y)(x_1 - x) \} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} u = \frac{S_1}{S} \\ v = \frac{S_2}{S} \end{cases}$$

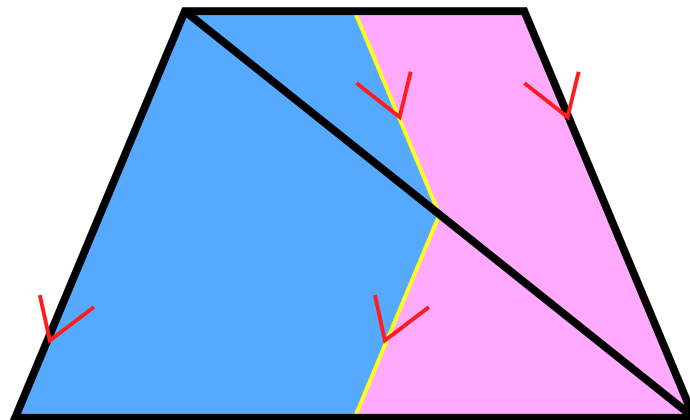
$$\begin{aligned} \mathbf{T} &= (\mathbf{T}_1 - \mathbf{T}_0)u + (\mathbf{T}_2 - \mathbf{T}_0)v + \mathbf{T}_0 \\ &= (1 - u - v)\mathbf{T}_0 + u\mathbf{T}_1 + v\mathbf{T}_2 \end{aligned}$$

# 透視投影によるテクスチャの歪み

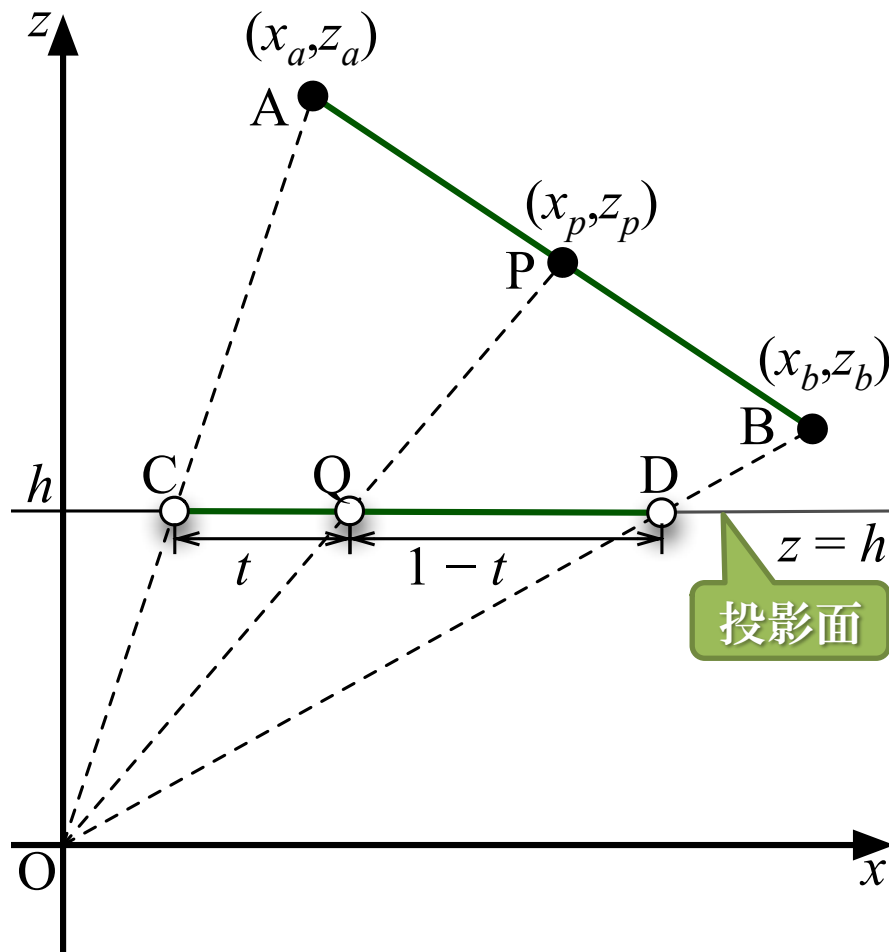
正面から見る



浅い角度から見る



# 投影面上の線形補間の逆投影



- $Q$ を $AB$ 上に投影した $P=(x_p, z_p)$

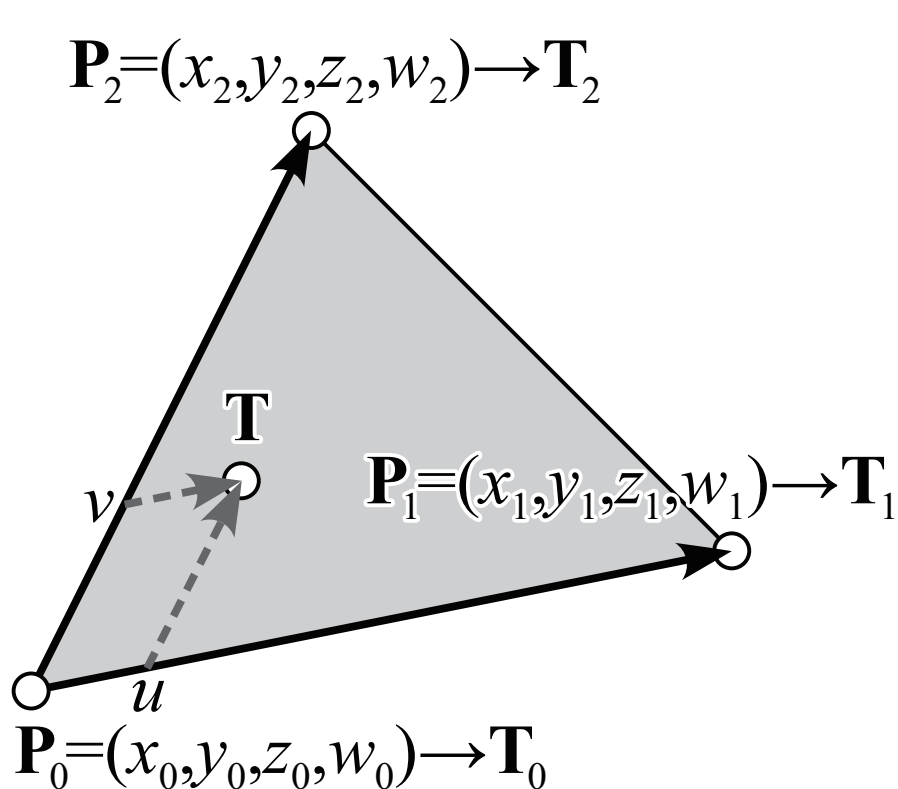
$$x_p = \frac{\frac{x_a}{z_a}(1-t) + \frac{x_b}{z_b}t}{\frac{1}{z_a}(1-t) + \frac{1}{z_b}t}$$

$$z_p = \frac{1}{\frac{1}{z_a}(1-t) + \frac{1}{z_b}t}$$

属性値を頂点の座標値の  $w$  で割ったものを線形補間する

$w$  の逆数を線形補間したもので割る

# 透視投影を考慮した補間



$$\mathbf{T} = w \left\{ (1 - u - v) \frac{\mathbf{T}_0}{w_0} + u \frac{\mathbf{T}_1}{w_1} + v \frac{\mathbf{T}_2}{w_2} \right\}$$

$$w = \frac{1}{(1 - u - v) \frac{1}{w_0} + u \frac{1}{w_1} + v \frac{1}{w_2}}$$





# テクスチャをマッピングした陰影

## ● 取り出した画素色を使って陰影付ける

拡散反射光

$$I_{diff} = \max(\mathbf{N} \cdot \mathbf{L}, 0) K_{diff} \otimes L_{diff}$$

鏡面反射光

$$I_{spec} = \max(\mathbf{R} \cdot \mathbf{V}, 0)^{K_{shi}} K_{spec} \otimes L_{spec}$$

環境光の反射光

$$I_{amb} = K_{amb} \otimes L_{amb}$$

画素色

反射光

$$I_{tot} = (I_{amb} + I_{diff} + I_{spec}) \otimes C_{diff}$$

簡単だけど不自然

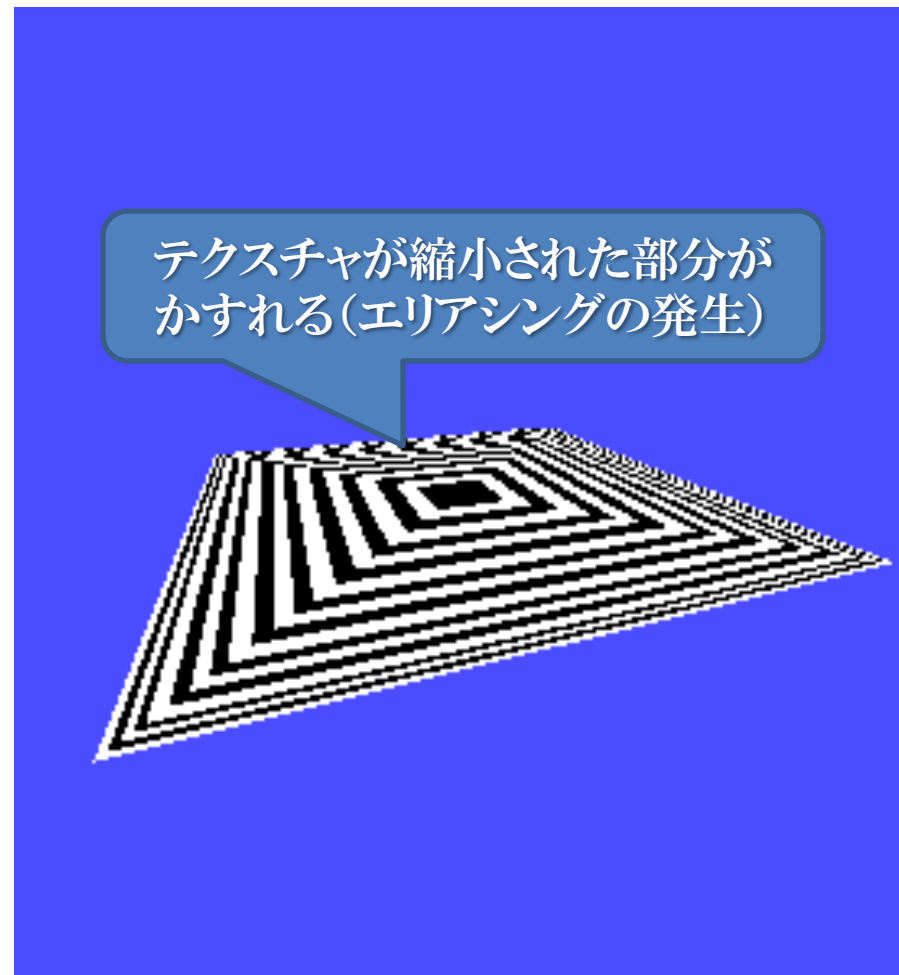
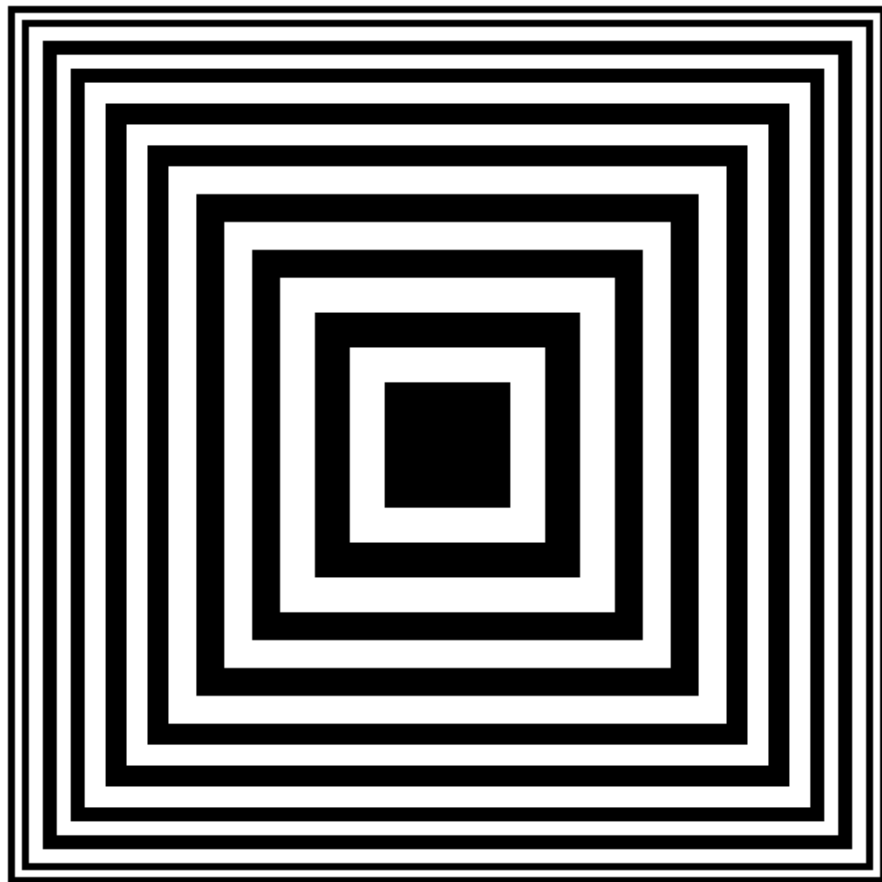
$$I_{tot} = (I_{amb} + I_{diff}) \otimes C_{diff} + I_{spec}$$

鏡面反射光を制御しない

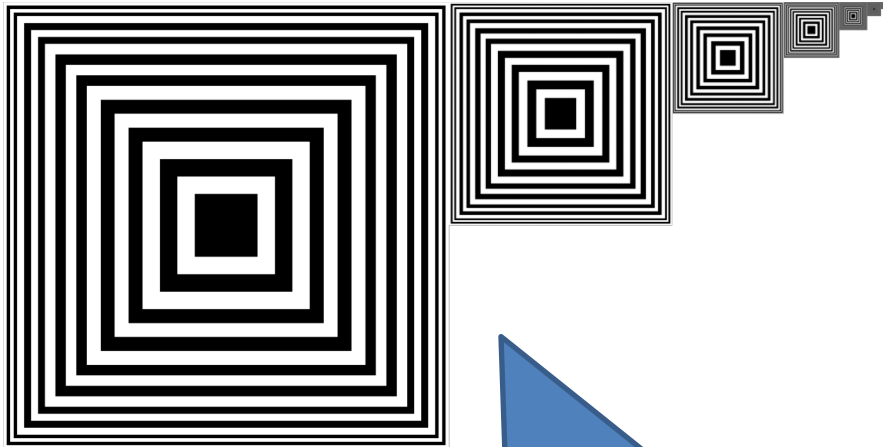
$$I_{tot} = (I_{amb} + I_{diff}) \otimes C_{diff} + I_{spec} \otimes C_{spec}$$

鏡面反射光を別のテクスチャで制御する

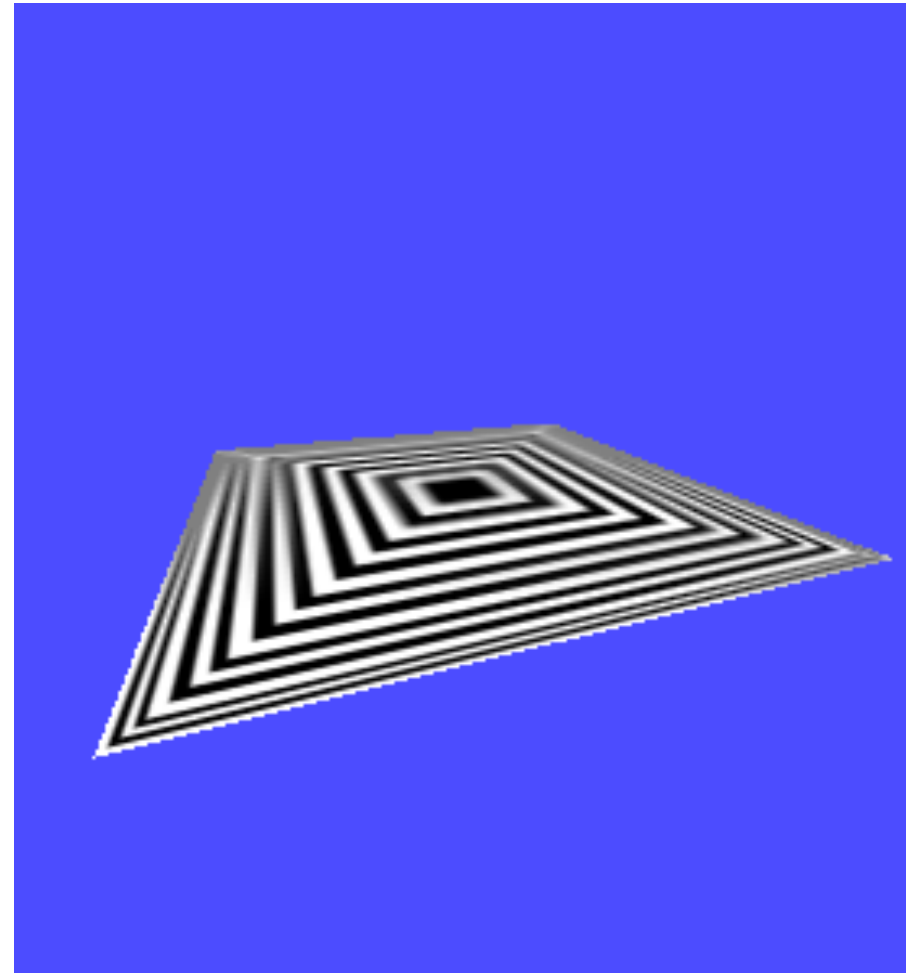
# テクスチャのエリアシング



# ミップマップ

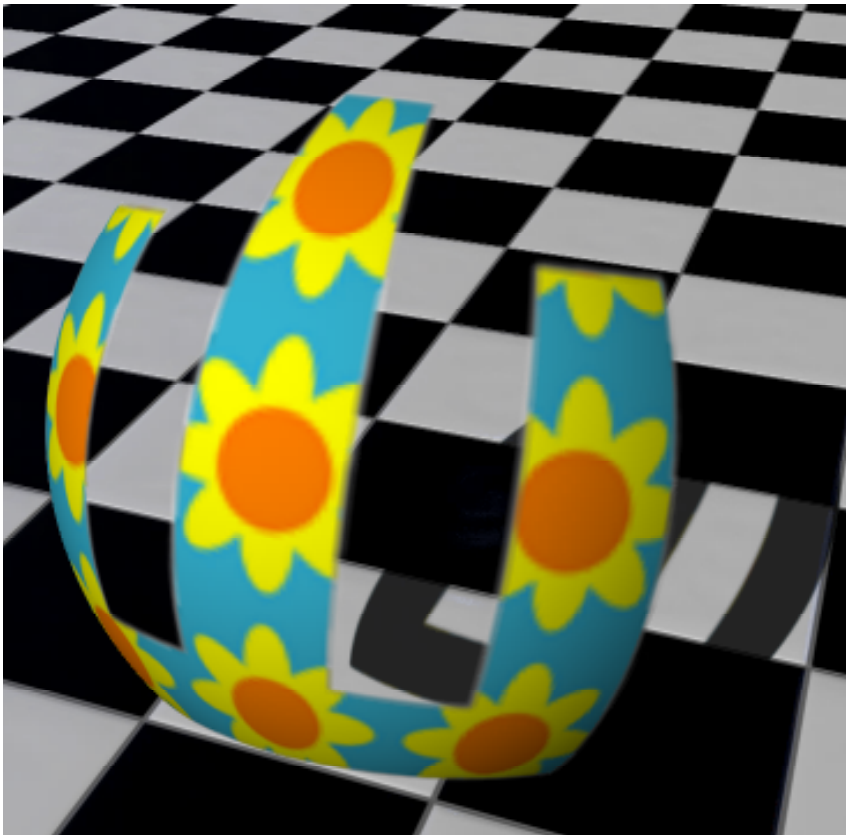


複数の解像度のテクスチャを用意しておいて、画面上に現れるテクスチャの拡大率に応じて切り替えて使う

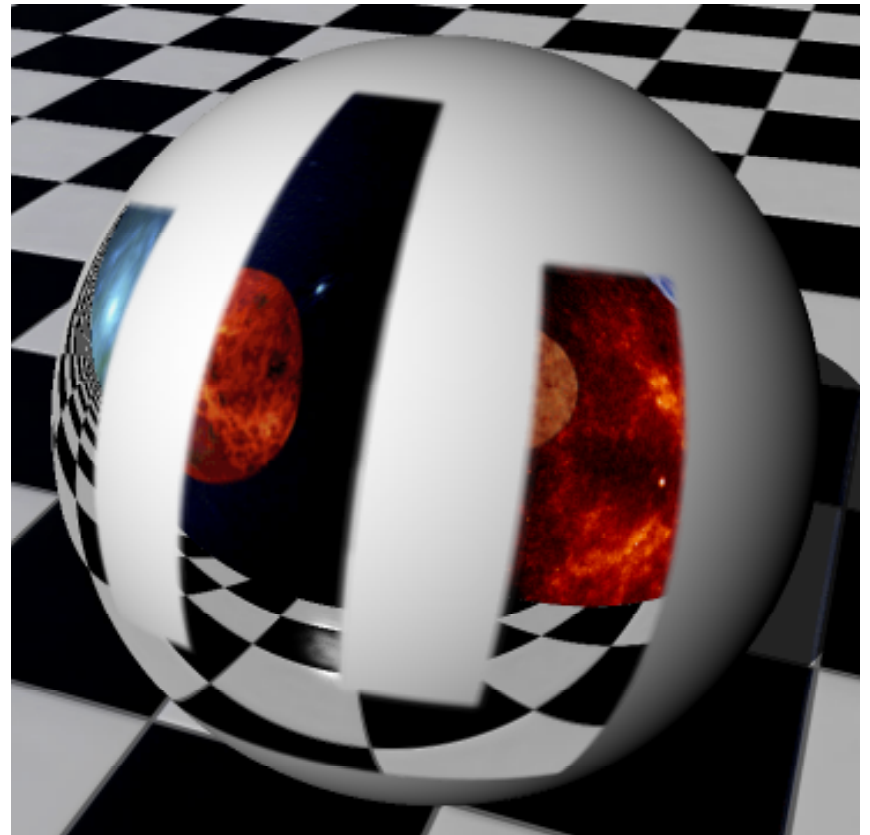


# 他の材質パラメータへのマッピング

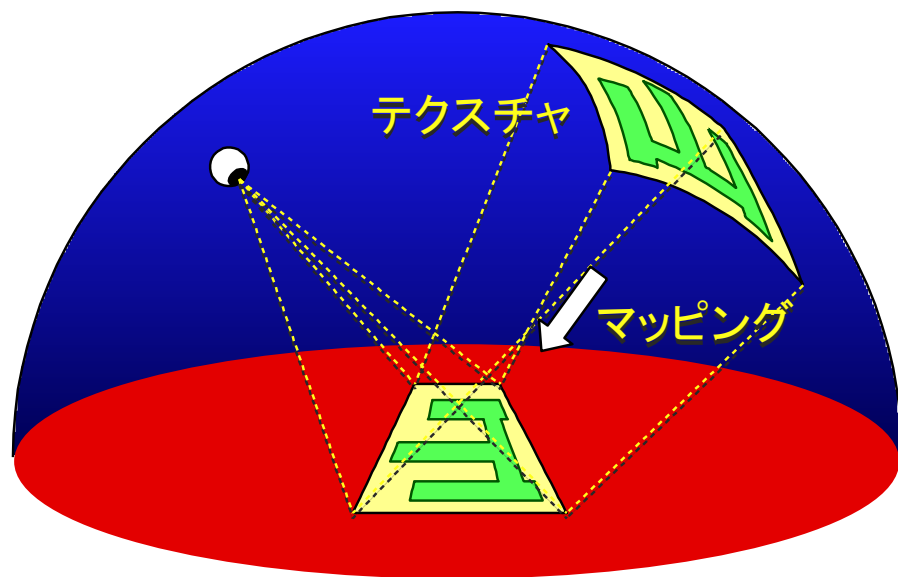
透明度にマッピング



映りこみの反射率にマッピング



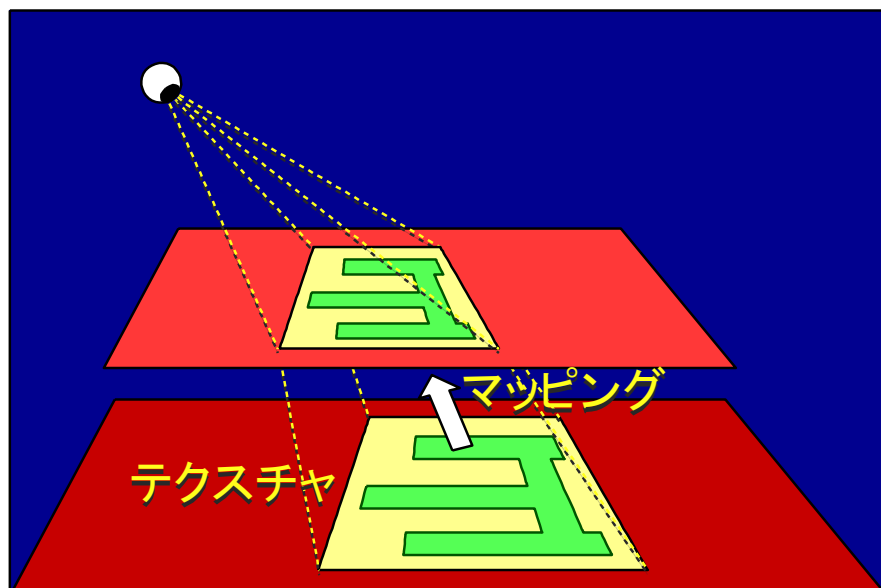
# リフレクション(反射)マッピング



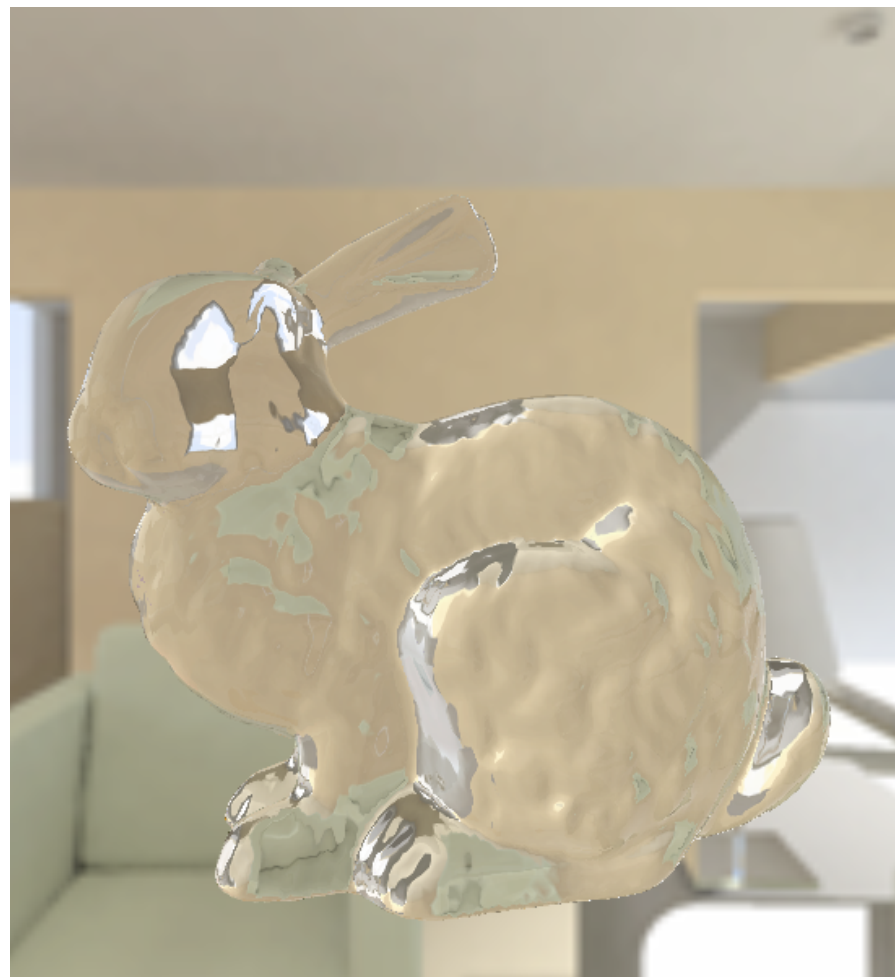
頂点のテクスチャ座標として視線の正反射方向にあるテクスチャ上の座標を用いる



# リフレクション(屈折)マッピング

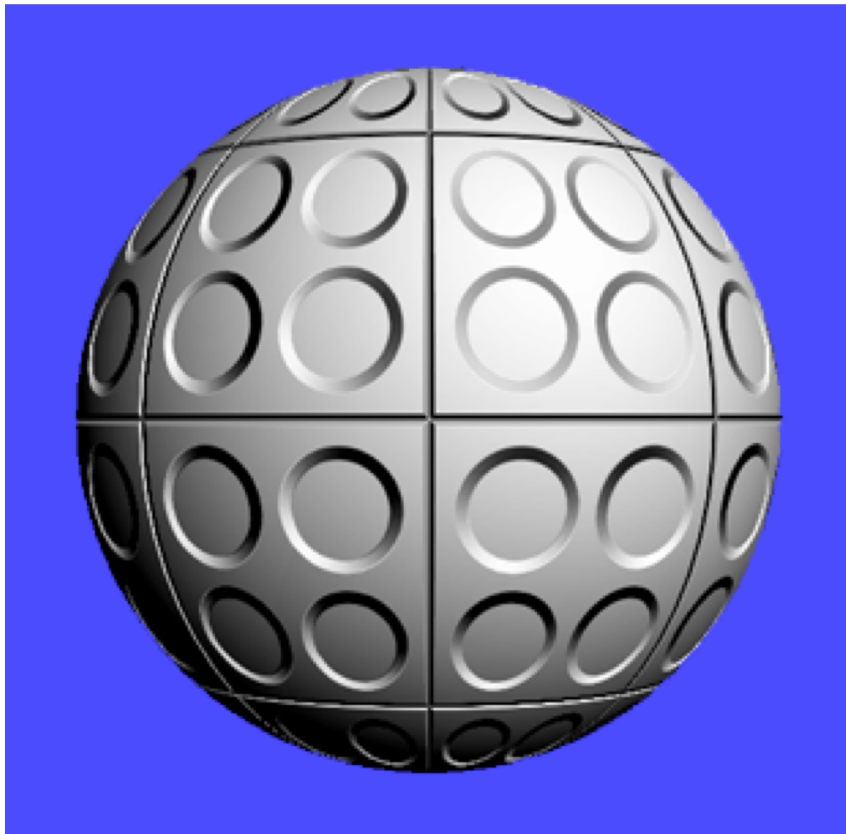


頂点のテクスチャ座標として視線の屈折方向にあるテクスチャ上の座標を用いる

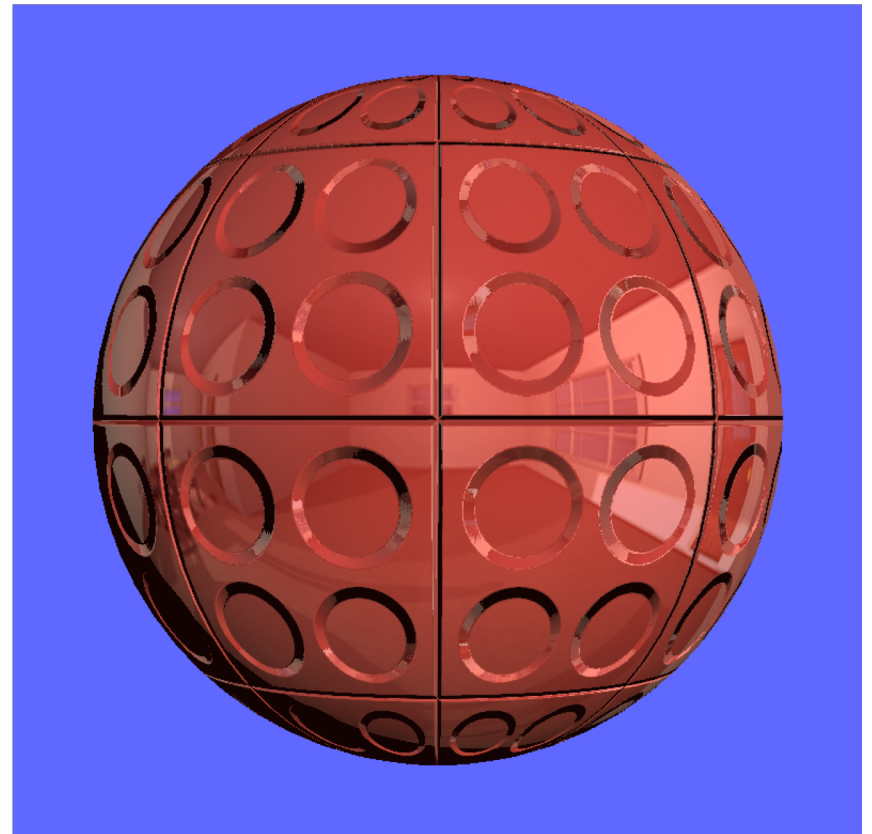


# バンプマッピング

表面の法線にマッピング



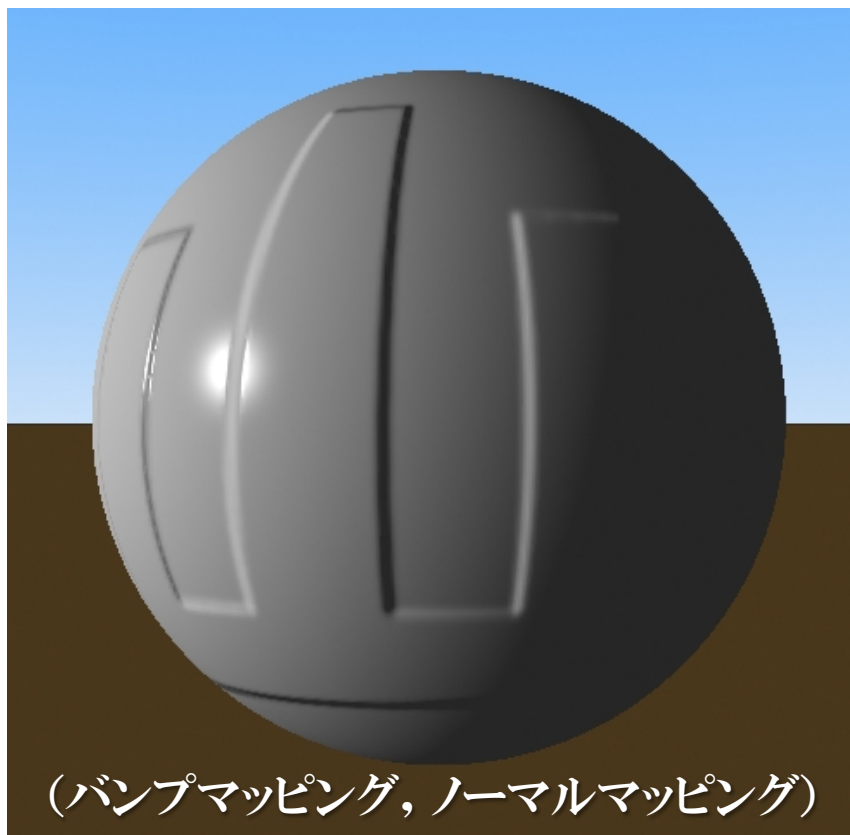
環境マップバンプマッピング



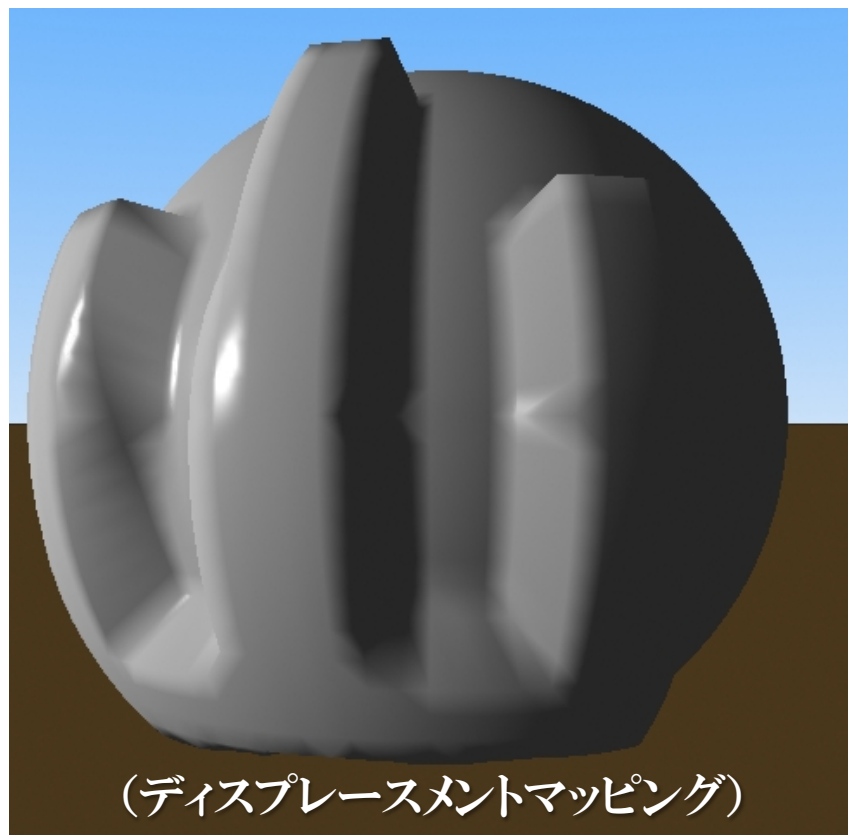


# 法線マッピングと変位マッピング

表面の法線にマッピング



表面形状をテクスチャで変化



おわり