



令和 3 年度 数 学

問 題 冊 子

注 意 事 項

1. 監督者の指示があるまで、問題冊子を開かないこと。
2. 問題冊子は、5 ページに組んである。
教育学部受験者は、設問 1～4 を解答すること。
システム工学部受験者は、設問 1～3, 5 を解答すること。
なお、落丁、乱丁及び印刷不鮮明なものがあれば、すぐに申し出ること。
3. 解答用紙に必ず本学の受験番号、氏名を記入すること。各解答用紙に受験番号欄が 2 箇所、氏名欄が 1 箇所ある。
4. 解答は、解答用紙の指定された解答欄に記入すること。異なる解答用紙・解答欄に記入されたものは採点されない。
5. 解答用紙の裏面は記入しないこと。解答用紙の裏面に記入されたものは採点されない。
6. 記入した解答用紙は、裏返して机の上に置くこと。
7. 解答用紙の※欄は記入しないこと。
8. 解答用紙の交換は原則として行わない。
9. 試験終了後、問題冊子は持ち帰ること。

1

[教育学部・システム工学部共通]

奇数 m, n を用いて $12m + 9n$ で表される整数全体の集合を A とし, 6 で割ると 3 余る整数全体の集合を B とする。 $A = B$ であることを示せ。

2

〔教育学部・システム工学部共通〕

座標空間において、4点 $O(0,0,0)$, $A(1,0,0)$, $B(0,1,0)$, $C(0,0,1)$ を頂点とする四面体 $OABC$ がある。辺 AB を $2:1$ に内分する点を P , 辺 AC を $3:2$ に内分する点を M , 辺 OC を $3:1$ に内分する点を N , 直線 AN と直線 OM の交点を Q とする。また、直線 PQ 上の点 K を、直線 AK と直線 PQ が直交するようにとり、3点 O, B, C が定める平面と直線 AK との交点を L とする。 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ とするとき、次の問いに答えよ。

(1) \overrightarrow{OQ} , \overrightarrow{AK} を \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} を用いて表せ。

(2) $|\overrightarrow{OL}|$ の値を求めよ。

3

〔教育学部・システム工学部共通〕

次の問いに答えよ。

(1) $x + y^2 \leq 100$ となるような自然数の組 (x, y) の個数を求めよ。

(2) $x + y^2 \leq 2021 \leq x + y^2 + 2y$ となるような自然数の組 (x, y) の個数を求めよ。

4

〔教育学部〕

(注：システム工学部受験者は解答しないこと)

$f(x) = |x^3 - 3x|$ とする。次の問いに答えよ。

- (1) x についての方程式 $f(x) = k$ が異なる実数解をちょうど 4 個もつような実数 k の値を求めよ。
- (2) x についての方程式 $f(x) = ax$ が異なる実数解をちょうど 3 個もつような実数 a の値の範囲を求めよ。
- (3) 正の実数 a は (2) の条件を満たすとする。曲線 $y = f(x)$ と直線 $y = ax$ で囲まれた 2 つの部分の面積が等しくなるように、 a の値を定めよ。

5

〔システム工学部〕

(注：教育学部受験者は解答しないこと)

数列 $\{a_n\}$ を

$$a_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin((2n+1)x) \sin^2 x dx \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定義する。次の問いに答えよ。

(1) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。(2) $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ の値を求めよ。