

令和5年度第3年次編入学選抜 数学問題冊子

注意事項

1. 監督者の指示があるまで、この問題冊子を開いてはいけない。
2. 解答用紙には、必ず本学部の受験番号を所定の場所に記入すること。
3. 解答は、問題番号に対応する解答用紙に記入すること。
4. 解答用紙の中の※印欄には記入しないこと。
5. 試験終了後、問題冊子は持ち帰ること。

数学 問題

1 ベクトル $v_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$, $v_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix}$, $e_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$, $e_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ に対して, 実数 x, y, x', y' が $x'v_1 + y'v_2 = xe_1 + ye_2$ を満たすとき, 行列 A を用いて, $\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ と書ける。

次の問1～問4に答えよ。

問1 A を求めよ。

問2 A の行列式 $|A|$ の値を求めよ。

問3 A の固有値をすべて求めよ。

問4 A の各固有値に対する固有ベクトルをひとつずつ求めよ。

2 次の問1～問4に答えよ。

問1 a を定数とする。 $y = e^{ax}$ が微分方程式 $\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} - 6y = 0$ の解であるとき, a の値を求めよ。

問2 不定積分 $\int \tan x \, dx$ および, $\int \tan^{-1} x \, dx$ を求めよ。ただし, $\tan^{-1} x$ は逆三角関数である。

問3 $f(x, y) = x^2 + xy + y^2 + x + y$ のすべての極値とそれを与える (x, y) の値を求め, さらに, 極大か極小か答えよ。

問4 xy 平面上で, $x \geq 0$, $y \geq 0$, $x^2 + y^2 \leq 1$ が表す領域を D とする。次の2重積分の値を求めよ。

$$\iint_D xy \, dx dy$$