物理　正解・解答例

1

問１

（解答例）

円柱の角度をθ，円柱の質量をM，慣性モーメントをI，円柱と斜面の間に働く摩擦力をFとする。

$$M = \rho\pi R^2 L$$

$$I = \int_0^L \int_0^{2\pi} \int_0^R r^2 \cdot \rho r dr d\theta dl = \rho \int_0^L \int_0^{2\pi} \left[\frac{r^4}{4}\right]_0^R d\theta\, dl = \frac{1}{2}\rho\pi R^4 L$$

以下の式が成り立つ。

$$M\ddot{x} = Mg\sin\alpha - F$$

$$I\ddot{\theta} = FR$$

$$\ddot{x} = R\ddot{\theta}$$

Fとθを消去する。

$$M\ddot{x} = Mg\sin\alpha - \frac{I}{R^2}\ddot{x}$$

$$\ddot{x} = \frac{MR^2}{MR^2 + I} g\sin\alpha = \frac{2}{3} g\sin\alpha$$

よって，ρ，R，Lを変化させても加速度は変化しない。αを増加させると加速度は増加し，αを減少させると加速度は減少する。

（採点基準）

$\ddot{x}$が式で表され，ρ，R，L，αの変化と加速度の変化の関係について述べられている。

問２

（解答例）

穴があいた円柱の質量をM'，慣性モーメントをI'とする。

$$M' = \rho\pi R^2 L - \rho\pi \left(\frac{R}{2}\right)^2 L = \frac{3}{4}\rho\pi R^2 L$$

$$I' = \int_0^L \int_0^{2\pi} \int_{\frac{R}{2}}^R r^2 \cdot \rho r dr d\theta dl = \rho \int_0^L \int_0^{2\pi} \left[\frac{r^4}{4}\right]_{\frac{R}{2}}^R d\theta dl = \frac{1}{2}\rho\pi \left\{R^4 - \left(\frac{R}{2}\right)^4\right\} L = \frac{15}{32}\rho\pi R^4 L$$

$$\ddot{x} = \frac{M'R^2}{M'R^2 + I'} g\sin\alpha = \frac{8}{13} g\sin\alpha < \frac{2}{3} g\sin\alpha$$

よって，加速度は減少する。

（採点基準）

$\ddot{x}$が式で表され，加速度の変化について述べられている。

物理　正解・解答例

$\boxed{2}$

問１

（解答例）

z軸を中心軸とする半径aの円周の閉曲線について，アンペールの法則を適用する。点P における磁界強度を$\boldsymbol{H} = H\boldsymbol{e}_y$と置くと，対称性より円周上で$H$は，一定とみなしてよい。

アンペールの法則$\oint_C \boldsymbol{H}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{r} = I$において，左辺は $2\pi a\, H$，右辺はI_1であり，

$$2\pi a\, H = I_1 \quad \therefore H = \frac{I_1}{2\pi a},\ \boldsymbol{H} = \frac{I_1}{2\pi a}\,\boldsymbol{e}_y$$

（採点基準）

アンペールの法則を適切に適用し，$\boldsymbol{H}$の大きさと方向を答えている。

問２

（解答例）

電流要素$I\,\mathrm{d}\boldsymbol{r}$が磁界から受ける力 $\mathrm{d}\boldsymbol{F}'$は，$\mathrm{d}\boldsymbol{F}' = I\,\mathrm{d}\boldsymbol{r} \times \boldsymbol{B}$，ここで$\boldsymbol{B}$は磁束密度。

直線状導体 C_2上（例えば，点 P）で，$I\,\mathrm{d}\boldsymbol{r} = I_2\,\mathrm{d}z\,\boldsymbol{e}_z$，$\boldsymbol{B} = \mu_0\,\boldsymbol{H} = \mu_0\,\dfrac{I_1}{2\pi a}\,\boldsymbol{e}_y$

したがって，$\mathrm{d}\boldsymbol{F}' = I_2\,\mathrm{d}z\,\boldsymbol{e}_z \times \mu_0\,\dfrac{I_1}{2\pi a}\,\boldsymbol{e}_y = I_2\,\mathrm{d}z\,\mu_0\,\dfrac{I_1}{2\pi a}\,(-\boldsymbol{e}_x) = -\dfrac{\mu_0}{2\pi}\,\dfrac{I_1 I_2}{a}\,\mathrm{d}z\,\boldsymbol{e}_x$

長さlにわたり積分すると，$\boldsymbol{F}' = -\dfrac{\mu_0}{2\pi}\,\dfrac{I_1 I_2}{a}\,l\,\boldsymbol{e}_x$,

$$\therefore \boldsymbol{F} = \frac{\boldsymbol{F}'}{l} = -\frac{\mu_0}{2\pi}\,\frac{I_1 I_2}{a}\,\boldsymbol{e}_x$$

（採点基準）

電流が磁界から受ける力を考え，直線状導体 C_2が１メートル当たりに受ける力$\boldsymbol{F}$の大きさと方向を答えている。

物理　正解・解答例

3

問１
（解答例）

おもりに対する運動方程式は$m\frac{d^2x}{dt^2}=-kx$であり，$\frac{d^2x}{dt^2}=-\frac{k}{m}x$が得られる。

この微分方程式に一般解$x(t)=C\cos(\omega t+\alpha)$（$\omega$：角振動数，$C$：正の定数，$\alpha$：初期位相）

を代入すると，$-\omega^2=-\frac{k}{m}$　より，$\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}$

$$\therefore\ T=\frac{2\pi}{\omega}=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

（採点基準）
運動方程式を立てて，角振動数ωから，周期Tを求めている。

問２
（解答例）

（１）$m\frac{d^2x}{dt^2}=-kx-\gamma\frac{dx}{dt}$

（２）おもりの変位$x=e^{\lambda t}$を（１）の運動方程式に代入して，

$m\lambda^2e^{\lambda t}=-ke^{\lambda t}-\gamma\lambda e^{\lambda t}$より，$\lambda^2+\frac{\gamma}{m}\lambda+\frac{k}{m}=0$

$$\therefore \lambda=-\frac{\gamma}{2m}\pm\sqrt{\frac{\gamma^2}{4m^2}-\frac{k}{m}}$$

（３）おもりの運動が振動することなく最も速く減衰するとき，（２）のλの根号内が0となるため，$\gamma=2\sqrt{mk}$　となる。このような減衰を，臨界減衰と呼ぶ。

（採点基準）
（１）運動方程式を正しく立てている。
（２）運動方程式に$x=e^{\lambda t}$に代入し，λについて解いている。
（３）振動することなく最も速く減衰するためのλの条件から，λの式を求め，臨界減衰という名称を答えている。