



令和 5 年度 数 学

問 題 冊 子

注 意 事 項

1. 監督者の指示があるまで、問題冊子を開かないこと。

2. 問題冊子は、5 ページに組んである。

教育学部受験者・社会インフォマティクス学環受験者は、設問 1 ～ 4 を解答すること。

システム工学部受験者は、設問 1 ～ 3，5 を解答すること。

なお、落丁、乱丁及び印刷不鮮明なものがあれば、すぐに申し出ること。

3. 解答用紙に必ず本学の受験番号、氏名を記入すること。各解答用紙に受験番号欄が 2 箇所、氏名欄が 1 箇所ある。

4. 解答は、解答用紙の指定された解答欄に記入すること。異なる解答用紙・解答欄に記入されたものは採点されない。

5. 解答用紙の裏面は記入しないこと。解答用紙の裏面に記入された部分は採点されない。

6. 記入した解答用紙は、裏返して机の上に置くこと。

7. 解答用紙の※欄は記入しないこと。

8. 解答用紙の交換は原則として行わない。

9. 試験終了後、問題冊子は持ち帰ること。

1

〔教育学部・システム工学部・社会インフォマティクス学環共通〕

関数 $f(x) = \log_2(x-1) + 2\log_4(4-x)$ ($1 < x < 4$) について、次の問いに答えよ。

(1) $f(2)$ の値を求めよ。

(2) $f(x)$ の最大値を求めよ。

(3) $f(a) = \log_2(k-a)$ を満たす実数 a が $1 < a < 4$ の範囲に存在するとき、実数 k のとり得る値の範囲を求めよ。

2

〔教育学部・システム工学部・社会インフォマティクス学環共通〕

座標平面上に中心 $Q(0, 1)$, 半径 1 の円 C がある。 $n = 1, 2, 3, \dots$ に対して, 点 $P_n(a_n, 0)$ を以下のように順に定める。

$a_1 = 1$ とおく。

線分 QP_n と C の交点の x 座標を a_{n+1} とおく。

このとき, 次の問いに答えよ。

(1) a_{n+1} を a_n を用いて表せ。

(2) 数列 $\{b_n\}$ を $b_n = \left(\frac{1}{a_n}\right)^2$ で定めるとき, b_{n+1} を b_n を用いて表せ。

(3) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

3 〔教育学部・システム工学部・社会インフォマティクス学環共通〕

$0 < s < t < 1$ とする。 $|\overrightarrow{OA}| = |\overrightarrow{OB}| = 1$, $\cos \angle AOB = \frac{1}{7}$ となる $\triangle OAB$ において、辺 AB を $s : (1 - s)$ に内分する点を P 、辺 OB を $t : (1 - t)$ に内分する点を Q 、直線 QP と直線 OA の交点を R とする。 $\triangle OPQ$ が正三角形であるとき、次の問いに答えよ。ただし、 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ とする。

- (1) s, t の値を求めよ。
- (2) $\overrightarrow{OQ}, \overrightarrow{QP}$ を $\vec{a}, \vec{b}$ を用いて表せ。
- (3) $|\overrightarrow{OR}|$ の値を求めよ。

4

〔教育学部・社会インフォマティクス学環共通〕

(注：システム工学部受験者は解答しないこと)

$a > \frac{1}{3}$, $b < 0$ とする。3つの曲線 $C_1: y = x^3 - x^2$, $C_2: y = (3a - 1)x^2$, $C_3: y = (3a - 1)x^2 + b$ がある。 C_1 と C_3 が共有点をちょうど2つもつとき、次の問いに答えよ。

(1) b を a を用いて表せ。

(2) C_1 と C_2 で囲まれた図形の面積を S_2 とし、 C_1 と C_3 で囲まれた図形のうち x 座標が 0 以上の部分の面積を S_3 とするとき、 $\frac{S_2}{S_3}$ を求めよ。

5

〔システム工学部〕

(注：教育学部・社会インフォマティクス学環受験者は解答しないこと)

次の問いに答えよ。ただし、 $\sqrt{3} > 1.73$ である。

(1) $x = \tan t$ のとき、 $\frac{1}{1+x^2}$ を $\cos t$ を用いて表せ。

(2) 定積分 $\int_0^{\frac{1}{\sqrt{3}}} \frac{1}{1+x^2} dx$ を求めよ。

(3) すべての実数 x に対して、 $\frac{1}{1+x^2} \geq 1+ax^2$ が成り立つような実数 a の最大値を求めよ。

(4) 円周率は 3.07 より大きいことを示せ。