物理　正解・解答例

1

問１（解答例）

斜面上に傾斜方向に沿って下向きに x 軸をとる。斜面上における摩擦力を F とし，重心位置を(x, y)，転がる際の回転の角速度を ω とする。重心の並進運動の運動方程式は次のようになる。

$$M\ddot{x} = Mg\sin\alpha - F$$

回転運動の運動方程式は，I_Gを剛体である球体の慣性モーメントとして、次のように書ける。

$$I_G\dot{\omega} = RF$$

球体は滑らずに転がって落ちるという条件があるので，$\dot{x} = R\omega$ および $\ddot{x} = R\dot{\omega}$ が成立している。以上を解くと，

$$\ddot{x} = \frac{g\sin\alpha}{1 + I_G/R^2M}$$

が得られる。等加速度運動をしているから，手を放してから t 秒後における球体の重心位置，すなわち移動距離 x は

$$x = \frac{1}{2}\ddot{x}t^2 = \frac{1}{2}\cdot\frac{g\sin\alpha}{1 + I_G/R^2M}t^2$$

と書ける。中身の詰まった球体 A の慣性モーメントは $\frac{2}{5}R^2M$，球殻である球体 B の慣性モーメントは$\frac{2}{3}R^2M$ である。慣性モーメントが小さい球体 A の移動距離のほうが，球体 B の移動距離よりも長くなる。

（採点基準）
・球体と球殻の慣性モーメントを理解している。
・慣性モーメントと移動距離の関係を理解している。
・重心の運動方程式と回転運動の方程式を示しているとなおよい。
・重心の移動距離が式として示されているとなおよい。

物理　正解・解答例

問２（解答例）

球体は転がらずに滑り落ちるので，回転運動をしていない。手を放してから t 秒後における球体の重心位置，すなわち移動距離は

$$x = \frac{1}{2} g \sin\alpha\, t^2$$

となる。慣性モーメントは関係ないので球体 A，B の移動距離は同じである。

（採点基準）

・回転運動していないので，慣性モーメントを考慮しなくてよいことが理解できているか。

・球体 A と B の移動距離が同じであることを理解しているか。

問３（解答例）

問１と問２の式から，転がらずに滑り落ちた場合のほうが，滑らずに転がり落ちた場合よりも移動距離が長くなる。この理由は，剛体である球体を斜面に沿って転がり落とすと，位置エネルギーは並進運動のエネルギーと回転運動エネルギーに分配されるが，転がらずに滑り落ちた場合には回転運動のエネルギーに分配されることなく並進運動のためにすべて使われるからである。

（採点基準）

・問１と問２で得られた結果を吟味できるか。

・剛体球の落下運動について，エネルギー保存則の観点から説明できるか。

物理　正解・解答例

2

問１（解答例）

$\boldsymbol{B}=(0,0,B)$より，電子に働く力は

$$\boldsymbol{F}=-e\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B}=\left(-ev_yB,ev_xB,0\right)$$

である。したがって，z 軸に垂直な方向の運動方程式は

$$m\frac{dv_x}{dt}=-ev_yB,\qquad m\frac{dv_y}{dt}=ev_xB$$

である。それぞれの両辺を時間で微分し，元の運動方程式を代入することで次式が求まる。

$$\frac{d^2v_x}{dt^2}=-\left(\frac{eB}{m}\right)^2v_x,\qquad \frac{d^2v_y}{dt^2}=-\left(\frac{eB}{m}\right)^2v_y$$

$\omega=eB/m$とおくと，

$$\frac{d^2v_x}{dt^2}=-\omega^2v_x,\qquad \frac{d^2v_y}{dt^2}=-\omega^2v_y$$

と書ける。初速度$\left(v_x,v_y\right)=(v,0)$ を満たす解は，

$$v_x=v\cos\omega t,\qquad v_y=v\sin\omega t$$

である。このことからxy 面内の電子の軌跡は，$t=0$で原点にいる条件と合わせて

$$(x,y)=\left(\frac{v}{\omega}\sin\omega t,\frac{v}{\omega}-\frac{v}{\omega}\cos\omega t\right),\qquad \therefore x^2+\left(y-\frac{v}{\omega}\right)^2=\left(\frac{v}{\omega}\right)^2$$

となるので，電子は角振動数$\omega=eB/m$で，半径$v/\omega=mv/eB$の円上を，円運動する。

（採点基準）

・xy平面内での運動方程式を立てて解くことにより，運動の特徴をとらえていること。

・手順を追って，与えられた角周波数，回転半径に一致する量が求まっていること。

問２（解答例）

z 方向にかかる力はないので，z 方向の運動方程式は

$$m\frac{dv_z}{dt}=0$$

と書ける。これを解くと，v_z は一定である。$t=0$ におけるz方向の速さは，$v_z=v\cos\theta$ であるので，z方向には$v_z=v\cos\theta$で等速直線運動する。xy 平面内へは t=0 において速さ$v\sin\theta$で入射し，それをx軸方向とみなしても良く，問１で示したように円運動する。

物理　正解・解答例

（問２解答例つづき）

この場合，角振動数は$\omega = eB/m$，円運動の半径は

$$\frac{v\sin\theta}{\omega} = \frac{mv\sin\theta}{eB}$$

である。よって，３次元的にはらせん運動する。

（採点基準）

・z 軸方向と z 軸に垂直な方向の初速度が分解できていること。

・z 軸方向の運動方程式を立てて解くことにより運動の特徴をとらえていること。

・手順を追って，z 軸に垂直な方向の運動の特徴をとらえていること。

・手順を追って，３次元の運動の特徴をとらえていること。

問３（解答例）

$t = t_0$で一回転すると，$\omega t_0 = 2\pi$である。xy平面へ投影された運動距離（円周）は$2\pi v\sin\theta/\omega$である。一方，t_0秒後に z 方向へ進む距離は，$v\cos\theta\, t_0 = 2\pi v\cos\theta/\omega$である。よって，

$$2\pi v\sin\theta/\omega = 2\pi v\cos\theta/\omega$$

を満たすのは$\sin\theta = \cos\theta$，すなわち，$\theta = \pi/4$のとき（z軸へ 45°の角度で入射した時）である。

（採点基準）

・一回転する時間t_0を与えられた文字で表せている。

・z 軸方向と z 軸に垂直な方向の運動を分解して考えられている。

物理　正解・解答例

3

問１（解答例）

S_1およびS_2からスクリーン上の点Xまでの光路差Δは，三平方の定理を用いて，次のように書ける。

$$\Delta=\sqrt{l^2+\left(x+\frac{d}{2}\right)^2}-\sqrt{l^2+\left(x-\frac{d}{2}\right)^2}$$

ここで，$d \ll l$，　$x \ll l$を考慮してテイラー展開を行うと，光路差Δは以下のように近似できる。

$$\Delta=l\sqrt{1+\left(\frac{x+d/2}{l}\right)^2}-l\sqrt{1+\left(\frac{x-d/2}{l}\right)^2}\cong l\left(1+\frac{1}{2}\left(\frac{x+d/2}{l}\right)^2\right)-l\left(1+\frac{1}{2}\left(\frac{x-d/2}{l}\right)^2\right)=\frac{xd}{l}$$

これが波長λの整数倍であれば両スリットからの回折波の位相が一致して強め合う干渉をおこし，明線が現れる。すなわち

$$\frac{xd}{l}=m\lambda$$

が明線が見える条件として求まった。

（採点基準）
- S_1とS_2からくる光の光路差を求めることができており，光が強め合う条件を理解している。
- 近似を適切に使うことができている。
- 明線が出る条件を理解している。

問２（解答例）

隣り合う明線の間隔 Δx を $m=1,2$ について考えると

$$x_1=\frac{l\lambda}{d},\quad x_2=\frac{2l\lambda}{d}$$

$$\Delta x=|x_1-x_2|=\frac{l\lambda}{d}$$

である。すなわち，波長λを長くする，もしくはスリット間隔dを狭くすることで明線の間隔を広くすることができる。

（採点基準）明線の間隔を問１で得られた式から読み取ることができる。

物理　正解・解答例

問３（解答例）

ホイヘンスの原理より，単スリットによる光回折では，図１に示すスリットの一端Ａともう一端Ｂの間から同時に無数の要素波が出ていると考えることができる。スリットの法線と角度θを成す方向について，ＡとＢから出た要素波の光路差は$w\sin\theta$であることから，スリット全体から角度θの方向に出た要素波を積分した場合，強め合う条件は，

$$w\sin\theta = \left(m+\frac{1}{2}\right)\lambda \quad (m=\pm1,\pm2,\cdots)$$

となり，弱めあう条件は

$$w\sin\theta = m\lambda \quad (m=\pm1,\pm2,\cdots)$$

となる。スクリーン上には図２に示すような強度分布が観察される。点Ｏではすべての要素波が明るさに寄与するため，他の極大値をとる点と比べて非常に明るくなる。

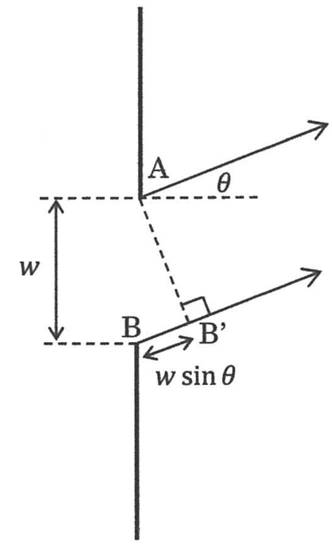

図１

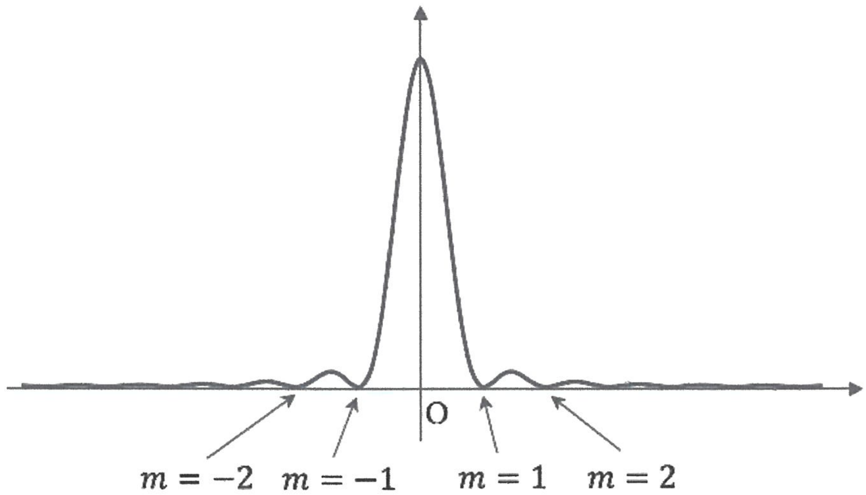

図２

（採点基準）
- 単スリットによる光回折現象について理解している。
- 単スリットからの光回折について，強め合う条件と弱めあう条件が式で記述できている。
- 観察される光強度分布の概形が図示できている。